

ВИКОРИСТАННЯ РЯДІВ ФУР'Є В МЕДИЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Ряди Фур'є є ключовим математичним інструментом для аналізу періодичних сигналів у медицині, що дозволяє розкласти складні біосигнали на гармонійні компоненти. Сучасні методи на основі рядів Фур'є застосовуються для обробки ЕКГ, ЕЕГ та реконструкції зображень у МРТ і КТ, покращуючи точність діагностики. У роботі розглядаються математичні основи розкладу Фур'є, алгоритми декомпозиції сигналів та приклади їх впливу на виявлення патологій у кардіології та нейрофізіології.

Ключові слова: ряди Фур'є, перетворення Фур'є, аналіз, діагностика, біосигнали, МРТ, КТ.

Abstract

Fourier series are a key mathematical tool for analyzing periodic signals in medicine, allowing complex biosignals to be decomposed into harmonic components. Modern Fourier-based methods are used for processing ECG and EEG data, as well as for image reconstruction in MRI and CT, improving diagnostic accuracy. This work examines the mathematical foundations of Fourier decomposition, signal decomposition algorithms, and examples of their impact on detecting pathologies in cardiology and neurophysiology.

Keywords: Fourier series, Fourier transform, analysis, diagnostics, biosignals, MRI, CT.

Вступ

Сучасний підвищений інтерес до кількісного аналізу фізіологічних процесів суттєво змінив підходи до вирішення медичних діагностичних завдань. Одним із перспективних напрямів є автоматизований аналіз біосигналів із використанням математичних методів, що здатні виявляти інформацію, яку важко виявити при простому візуальному аналізі. Одним з таких математичних методів є ряди Фур'є, які допомагають у створенні інструментів для медичної діагностики та обробки зображень. Основна увага приділяється принципу розкладу складного часового сигналу на набір гармонік, що дозволяє перейти від часової області до частотної області. Ці системи структурують медичні дані та формують діагностичні припущення, приділяючи особливу увагу використанню швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [2] у клінічній практиці. Їх порівняння дозволяє зрозуміти переваги й недоліки цього підходу та визначити можливі напрями подальших досліджень у медичній сфері з використанням гармонічного аналізу.

Результати дослідження

Ряди Фур'є та перетворення Фур'є є фундаментальними математичними інструментами, які використовуються в медицині для двох головних цілей: обробки та аналізу біосигналів і медичної візуалізації. В основі цього напрямку лежить здатність гармонічного аналізу розкласти складні біологічні сигнали на їхні складові частоти, що дозволяє виявляти приховані або патологічні ритми.

У електрокардіографії (ЕКГ) Фур'є-аналіз [1] використовується для відокремлення низькочастотних компонентів, що відповідають нормальній роботі серця, від високочастотних складових. Саме ці високочастотні складові часто можуть вказувати на такі порушення, як ішемія або різні види аритмій. У електроенцефалографії (ЕЕГ) метод Фур'є дає змогу розкласти сигнал мозку на відомі частотні діапазони: дельта, тета, альфа і бета-ритми. Кількісна оцінка потужності цих ритмів є необхідною для діагностики неврологічних розладів, включаючи епілепсію та

розлади сну. Аналогічно, в електроміографії (ЕМГ) спектральний аналіз допомагає оцінити функціональний стан м'язів та нервово-м'язової передачі [3].

Крім діагностики, перетворення Фур'є є важливим для фільтрації та очищення біосигналів. Переходячи до частотної області, можна ефективно і точно усувати високочастотний шум, не спотворюючи при цьому діагностично-значущі частоти самого сигналу [4].

Основна роль аналізу Фур'є в медичній візуалізації полягає в тому, що він забезпечує математичний зв'язок між отриманими вимірюваннями та сформованим зображенням, яке отримує лікар. Швидке перетворення Фур'є є невід'ємною частиною алгоритму формування зображення магнітно-резонансної томографії (МРТ). Апарат МРТ не вимірює зображення безпосередньо в просторі, натомість він збирає дані, використовуючи градієнтні магнітні поля для кодування просторової інформації в частотній області. Ці «сирі» вимірювання записуються у спеціальну матрицю, яка називається k-простір [7]. K-простір фактично являє собою просторовий частотний спектр об'єкта, що сканується, при цьому низькі частоти визначають загальний контраст і форму великих структур на зображенні, а високі частоти містять інформацію про дрібні деталі, контури та різкість зображення. Після завершення збору даних до матриці k-простору застосовується обернене швидке перетворення Фур'є, яке математично перетворює частотну інформацію назад у просторову область, формуючи двовимірне або тривимірне зображення зрізу тіла. Якість і швидкість отримання МРТ-зображення безпосередньо залежать від точності цього алгоритму ШПФ [5].

Що стосується інших методів, то хоча комп'ютерна томографія (КТ) переважно базується на оберненому перетворенні Радона, перетворення Фур'є все одно використовується в деяких алгоритмах реконструкції, а також для фільтрації та обробки зображень з метою зменшення шумів та підвищення контрасту. Також Фур'є-аналіз є ключовим у оптичній когерентній томографії (ОКТ), зокрема у ОКТ у частотній області, де ШПФ використовується для надзвичайно швидкого перетворення виміряного спектра сигналу в зображення глибини, що дозволяє отримувати зображення сітківки або інших тканин із високою роздільною здатністю.[6] Крім того, аналіз Фур'є використовується як фільтр для вже отриманих медичних зображень, дозволяючи, наприклад, застосовувати фільтри високих частот для підкреслення країв і контурів різних утворень, для кращої візуальної діагностики.

Однією з головних переваг використання рядів Фур'є є його здатність забезпечити високу точність у виділенні частотної інформації, що дозволяє ідентифікувати ледь помітні зміни у фізіологічних ритмах, які можуть бути ознаками хвороби. Іншою важливою перевагою є ефективна фільтрація шуму. Завдяки переходу до частотної області можна легко ідентифікувати та усунути небажані високочастотні шуми, не втрачаючи при цьому важливі компоненти біосигналу, що знаходяться на нижчих частотах. Крім того, представлення сигналу у вигляді кількох значущих гармонік дозволяє здійснювати зменшення медичних даних.

Однак, ряди Фур'є мають і суттєві недоліки, які обмежують їх універсальність. Класичний метод Фур'є найкраще працює зі стаціонарними сигналами, тобто тими, чії статистичні властивості не змінюються з часом. Більшість біосигналів, наприклад, ЕКГ під час навантаження або ЕЕГ при зміні стану свідомості, є нестаціонарними, що робить пряме застосування Фур'є-аналізу менш інформативним. Також метод не забезпечує часову локалізацію. Він показує, які частоти присутні в усьому сигналі, але не вказує, коли саме виникла певна подія чи патологічна зміна. Для подолання цих обмежень у сучасних дослідженнях часто використовують вейвлет-аналіз[1] або часово-частотне перетворення, які є розширенням принципів Фур'є, але враховують динаміку часу.

Висновок

Гармонічний аналіз на основі рядів Фур'є є фундаментальним математичним підходом, який слугує ключовим механізмом для перетворення виміряних біологічних даних у важливу клінічну та діагностичну інформацію. Цей метод дозволяє ефективно трансформувати складні біосигнали із часової області у частотну, що є необхідним для точної ідентифікації патологічних частотних підписів та фільтрації шумів. Водночас, перетворення Фур'є відіграє важливу роль у медичній візуалізації, виступаючи математичним ядром для реконструкції деталізованих просторових зображень у МРТ з даних k-простору.

Незважаючи на обмеження, пов'язані з аналізом нестаціонарних біологічних процесів, Фур'є-аналіз залишається основою. Стратегічна інтеграція принципів Фур'є-аналізу з ШІ та машинним навчанням відкриває шлях до подальшого розвитку галузі. Таке об'єднання дозволить досягти оптимального балансу між математичною точністю та швидкістю діагностичних систем, що є основою до підвищення якості медичних прогнозів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Отримання, перетворення та обробка біосигналів. [Електронний ресурс] - Режим доступу: https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/358359/mod_resource/content/1/%D0%9E%D0%9F%D1%82%D0%B0%D0%9E%D0%91%D0%A1.pdf (дата звернення: 09.12.2025).
2. Адаптація перетворення Фур'є для відтворення неперіодичних сигналів. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.fmmit.lviv.ua/index.php/fmmit/article/view/348> (дата звернення: 09.12.2025).
3. Використання перетворення Фур'є в електроенцефалографії. [Електронний ресурс] - Режим доступу: <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/0f10cede-dc7e-4924-8318-e47d4e469433/content> (дата звернення: 09.12.2025).
4. Електроміографія, міографічні сигнали, обробка сигналів, штучний інтелект, штучні нейронні мережі. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/8e452c5e-ed82-4981-b6ee-868863019d37/content> (дата звернення: 09.12.2025).
5. Деконволюція, згортка, змаз, зображення, нейронна мережа, розмиття, функція розсіювання крапки, чіткість, ядро згортки. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/2eb4c2f0-031d-4ada-a573-41bdb6e5a559/content> (дата звернення: 09.12.2025).
6. Метод відновлення ОКТ-зображень. [Електронний ресурс] - Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/mn/mn2025/paper/viewFile/23175/19220> (дата звернення: 09.12.2025).
7. Магнітнорезонансна томографія. [Електронний ресурс] - Режим доступу: https://www.mysr.org/app/uploads/2025/09/ESR_Modern_eBook_05_ukr.pdf (дата звернення: 09.12.2025).
8. Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання в двох частинах (з теоретичною підтримкою) Частина 2 : навчальний посібник / Хом'юк І. В. , Сачанюк-Кавецька Н.В., В. В. Хом'юк, Ковальчук М. Б. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 148 с.
9. Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання в двох частинах (з теоретичною підтримкою) Частина 1 : навчальний посібник / Хом'юк І. В. , Сачанюк-Кавецька Н.В., В. В. Хом'юк, Ковальчук М. Б. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 199 с.

Бусигіна Вероніка Павлівна – студентка групи 1ПКТ-24б, кафедра комп'ютерних наук, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м.Вінниця, e-mail: veronikabysygina@gmail.com

Науковий керівник: **Хом'юк Ірина Володимирівна** – д.пед.н., професор, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com

Busyhina Veronika Pavlivna – student of 1PKT-24b group, Department of Computer Science, Faculty of Intelligent Information Technology and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: veronikabysygina@gmail.com

Supervisor: **Irina V. Khomyuk** – Doctor of Science (Ped.), Professor of Higher Mathematics Department, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com