

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ У МОДЕЛЮВАННІ ЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Диференціальні рівняння відіграють ключову роль у моделюванні поведінки електричних схем, забезпечуючи точний опис динамічних процесів у колах із резисторами, конденсаторами та індуктивностями. У дослідженні розглянуто методи побудови математичних моделей на основі рівнянь першого та другого порядку, що дозволяють аналізувати перехідні режими, частотні характеристики та стабільність електричних систем. Показано переваги використання диференціальних рівнянь для симуляції реальних схем, зокрема їх здатність відтворювати фізичні явища з високою точністю та оптимізувати процеси проектування. Такий підхід є фундаментальним для сучасної схемотехніки, цифрової обробки сигналів та апаратного моделювання.

Ключові слова: диференціальні рівняння, електричні схеми, моделювання, RC-ланцюг, RLC-ланцюг, перехідні процеси, комп'ютерна інженерія.

Abstract

Differential equations play a crucial role in modeling the behavior of electronic circuits, providing an accurate description of dynamic processes in networks containing resistors, capacitors, and inductors. This study examines methods for constructing mathematical models based on first- and second-order equations, which enable the analysis of transient responses, frequency characteristics, and the stability of electronic system. The advantages of using differential equations for simulating real circuits are demonstrated, particularly their ability to reproduce physical phenomena with high precision and optimize design processes. Such an approach is fundamental to modern circuit engineering, digital signal processing, and hardware modeling.

Keywords: differential equations, electronic circuits, modeling, RC circuit, RLC circuit, transient processes, computer engineering.

Вступ

Електричні схеми є основою сучасної комп'ютерної техніки – від мікроконтролерів і процесорів до аналогових підсилювачів та цифрових фільтрів. Динамічні властивості таких схем залежить від зміни напруги та струму в часі, що вимагає використання математичного апарату диференціальних рівнянь для їх опису та аналізу. Диференціальні рівняння дозволяють моделювати реакцію схем на зовнішні сигнали, визначати перехідні процеси та прогнозувати поведінку систем у різних режимах роботи. Вони широко застосовуються у схемотехнічному проєтуванні, симуляторах SPICE, цифрових системах керування та в аналізі надійності електронних компонентів.

Результати дослідження

Вивчення застосування диференціальних рівнянь у моделюванні електричних схем показано їх ключову роль у точному описі динамічних процесів у RC-, RL-, RLC-ланцюгах. Диференціальні рівняння дозволяють формалізувати перехідні процеси, досліджувати стабільність схем та прогнозувати їхню поведінку під час зміни зовнішніх сигналів.

Одним із важливих результатів дослідження стало розуміння того, що електричні компоненти не можна аналізувати ізольовано – їх поведінка залежить від взаємодії у ланцюзі. Диференціальні рівняння, як математичний інструмент, дозволяють враховувати ці взаємодії та передбачати реакцію системи на зміну напруги та струму.

У ході дослідження були розглянуті основні типи диференціальних моделей:

- RC-ланцюг (перший порядок) – описується рівнянням:

$$RC \frac{dU(t)}{dt} + U(t) = U_{BX}(t)$$

де R - опір, C - ємність, U(t) – напруга на конденсаторі, U_{BX}(t) – вхідна напруга. Це рівняння дозволяє аналізувати процес заряджання та розряджання конденсатора.

- RL-ланцюг (перший порядок) – описується рівнянням:

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) = V_{BX}(t)$$

де L - Індуктивність, R - опір, I(t) – струм, V_{BX}(t) – вхідна напруга. Рівняння дозволяє визначити часову характеристику наростання струму в індуктивності.

- RLC-ланцюг (другий порядок) – описується рівнянням:

$$L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} I(t) = V_{BX}(t)$$

Це рівняння моделює коливальні процеси в схемі, дозволяє оцінювати амплітудно-частотні характеристики та резонансні явища.

- **Чисельні методи розв’язання** – для складних схем із нелінійними елементами використовуються методи Ейлера, Рунге-Кутта та інші чисельні методи:

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) \text{ (метод Ейлера)}$$

де h – крок інтегрування, f(t, y) - похідна функції.

- **Комбіновані моделі** – у великих електричних системах можна поєднувати різні рівняння для аналізу складних мереж елементів, наприклад, інтегруючи RC-, RL- та RLC- моделі для багаторівневого ланцюга:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + C^{-1} I = V_{BX}$$

Використання цих моделей дозволяє:

- прогнозувати перехідні процеси та відгук схем на сигнали;
- оцінювати стабільність і резонансні явища;
- оптимізувати параметри компонентів без фізичного тестування;
- підвищити точність цифрового моделювання складних електронних схем.

Висновки

У ході дослідження було з’ясовано, що диференціальні рівняння відіграють ключову роль у моделюванні та аналізу електричних систем, забезпечуючи математичну основу для опису динамічної поведінки компонентів, таких як резистори, конденсатори, транзистори та інтегральні схеми. Вони дозволяють точно визначати перехідні та усталені режими роботи, досліджувати стабільність систем та прогнозувати реакцію на зовнішні сигнали.

Завдяки чисельним методам розв’язання диференціальних рівнянь стало можливим ефективно моделювання складних електронних архітектур, що дозволяє оптимізувати процес проєктування схем, зменшувати час на тестування та підвищувати надійність електронних пристроїв. Методи, такі як

метод Рунге-Кутта, Ейлера та інші адаптивні алгоритми, забезпечують високу точність розрахунків навіть у випадках нелінійних та багатокомпонентних систем.

Диференціальні рівняння є незамінним інструментом у сфері комп'ютерної інженерії, схемотехніки та розробки інтегральних мікросхем. Вони дозволяють інженерам аналізувати складні взаємодії між компонентами, прогнозувати поведінку систем у реальному часі та створювати оптимізовані та надійні електронні рішення. Без використання диференціальних рівнянь сучасне моделювання та проектування електронних пристроїв було б значно обмеженим, а точна оцінка їхніх характеристик – практично неможливим.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бабич В. М., Кравець В. М. Основи теорії електричних кіл. Київ: КНЕУ, 2019.
2. Філіпенко А. В. Математичні методи аналізу в техніці. Львів: Вид-во ЛНУ, 2020.
3. Dorf R., Svoboda J. Introduction to Electric Circuits. Wiley, 2018.
4. Ogata K. Modern Control Engineering. Pearson, 2020.
5. Інтернет-джерело: Analog Devices. Circuit Theory and Modelling
- URL: <https://www.analog.com>

Чорний Андрій Леонідович – студент групи 2KI-24б факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: andrchorniy@gmail.com

Хом'юк Ірина Володимирівна – д. пед. н., професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: vikiraiv@gmail.com

Chorny Andriy Leonidovych – student of group 2KI-24b, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: andrchorniy@gmail.com

Khomyuk Iryna Volodymyrivna – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vikiraiv@gmail.com