

ЗАСТОСУВАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В МАШИНОБУДУВАННІ: ШЛЯХ ДО ОПТИМІЗАЦІЇ ІНЖЕНЕРНИХ РІШЕНЬ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У доповіді розглядається роль вищої математики в машинобудуванні як ключового інструменту для моделювання, аналізу та оптимізації інженерних процесів. Наведено основні математичні методи, що застосовуються для розрахунку напружень, динаміки механізмів, теплообміну та чисельного моделювання конструкцій. Показано, як математичні моделі сприяють підвищенню точності і ефективності технічних рішень, скороченню часу розробки та впровадженню інновацій у виробництво. Доповідь підкреслює важливість вищої математики як фундаменту сучасного машинобудування.

Ключові слова: вища математика, машинобудування, лінійна алгебра, інженерні розрахунки.

Abstract

The report discusses the role of higher mathematics in mechanical engineering as a key tool for modeling, analyzing and optimizing engineering processes. The main mathematical methods used to calculate stresses, mechanism dynamics, heat transfer, and numerical modeling of structures are presented. It is shown how mathematical models help to improve the accuracy and efficiency of technical solutions, reduce development time and introduce innovations into production. The report emphasizes the importance of higher mathematics as the foundation of modern engineering.

Keywords higher mathematics, mechanical engineering, linear algebra, engineering calculations.

Вступ

Машинобудування є однією з ключових галузей промисловості, яка вимагає високої точності, надійності та ефективності технічних рішень [1, 2]. Основою для створення сучасних механізмів і конструкцій виступає глибоке розуміння фізичних процесів, що описуються математичними моделями [3, 4]. Вища математика, зокрема лінійна алгебра, диференціальне числення, теорія ймовірностей та чисельні методи, відіграє визначальну роль у забезпеченні точних інженерних розрахунків [5, 6]. Саме завдяки математичному апарату інженери можуть моделювати поведінку матеріалів, аналізувати навантаження, оптимізувати форму та параметри деталей, що значно скорочує час розробки й підвищує якість кінцевого продукту [7, 8]. У доповіді розглядаються приклади практичного застосування вищої математики в машинобудуванні як фундаментального інструмента сучасного інженера.

Результати дослідження

Вища математика в машинобудуванні виконує роль аналітичної основи для розв'язання широкого спектра інженерних задач [9, 10]. Математичні методи застосовуються у наступних напрямках: моделювання напружено-деформованого стану конструкцій, динаміка та статика механічних систем, оптимізація конструкцій і технологічних процесів, тепло- та масоперенесення, чисельне моделювання (CAE/FEA) [11, 12].

Диференціальні рівняння та методи чисельного інтегрування використовуються для визначення розподілу напружень та деформацій у деталях машин [13, 14]. Наприклад, рівняння Ламе допомагають аналізувати напруження в товстостінних циліндрах і трубах під дією внутрішнього тиску.

Застосування методів лінійної алгебри (матричні розрахунки) дозволяє аналізувати складні системи з багатьма ступенями вільності в таких як динаміка та статика механічних систем. Математичні моделі руху будуються на основі законів Ньютона і рівнянь Лагранжа, що вимагають знань з обчислювальної математики.

Методи математичної оптимізації конструкцій і технологічних процесів дозволяють мінімізувати витрати матеріалу, масу або собівартість виробу при збереженні заданих експлуатаційних характеристик. Зокрема, використовується метод градієнтного спуску, симплекс-метод або варіаційне числення.

Тепло- та масоперенесення відіграють важливу роль у машинобудуванні, зокрема в аналізі температурних режимів роботи обладнання. Розподіл температур у тілі моделюється диференціальними рівняннями теплопровідності, розв'язання яких ефективно виконується за допомогою чисельних методів, таких як метод скінченних різниць.

Чисельне моделювання (CAE/FEA) є важливим інструментом у сучасному машинобудуванні, що забезпечує точний аналіз і оптимізацію конструкцій та технологічних процесів. Воно ґрунтується на використанні спеціалізованого програмного забезпечення для автоматизованого розв'язання складних інженерних задач. Основою чисельного моделювання є метод скінченних елементів (Finite Element Analysis, FEA), який дозволяє розв'язувати диференціальні рівняння, що описують фізичні явища, шляхом їхнього апроксимаційного поділу на локальні області - скінченні елементи. Цей підхід передбачає поділ досліджуваної конструкції чи середовища на безліч елементів, кожен з яких описується окремим набором рівнянь. Застосування методів з вищої математики, таких як лінійна алгебра, теорія матриць і чисельні методи інтегрування, забезпечує точність і ефективність обчислень. Використання CAE/FEA дозволяє інженерам проводити структурний, тепловий, динамічний і інші види аналізу, що сприяє зменшенню витрат, скороченню часу розробки і підвищенню надійності кінцевої продукції.

Приклад формули

Рівняння Ейлера-Бернуллі описує зв'язок між прогином балки та прикладеним навантаженням:

$$\frac{d^2}{dx^2} = \left(EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) = q$$

де E – це модуль пружності, I – другий момент площі, $w(x)$ – прогин балки в деякій точці x , q – розподілене навантаження.

Ця формула ілюструє, як математика дозволяє описати деформацію елементів конструкції під дією навантажень. Її розв'язання можливе лише за допомогою вищої математики.

Таким чином, вища математика не лише сприяє вирішенню інженерних задач, але й є інструментом для впровадження інновацій та технологічного розвитку в галузі машинобудування.

Висновки

Вища математика є незамінним інструментом у машинобудуванні, що забезпечує точність, надійність та ефективність інженерних розрахунків і проектування. Застосування математичних методів дозволяє моделювати складні фізичні процеси, оптимізувати конструкції та технологічні процеси, а також передбачати поведінку технічних систем у різних умовах експлуатації. Використання вищої математики значно підвищує якість розробок, скорочує час створення нових виробів і сприяє впровадженню інновацій у машинобудівну галузь. Таким чином, глибокі знання математичних основ є фундаментом професійної діяльності сучасного інженера-машинобудівника.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Поліщук Л. К. Аналіз впливу параметрів системи керування на динамічні процеси гідропривода стрічкового конвеєра [Текст] / Л. К. Поліщук, О. В. Піонткевич, О. О. Коваль // Промислова гідравліка і пневматика, 2016. № 2(52). С. 37-47.
2. Піонткевич О. В., Сухоруков С. І., Сердюк О. В., Домославський В. М. Про лазерний технологічний комплекс на машинобудівному підприємстві. Вісник машинобудування та транспорту. Вінниця: ВНТУ, 2022. № 2. С. 96-100.
3. Березюк О.В. Математичне моделювання динаміки гідроприводу робочих органів завантаження твердих побутових відходів у сміттєвози // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2009. № 4. С. 81-86.
4. Березюк О.В. Аналітичне дослідження математичної моделі гідроприводу вивантаження твердих побутових відходів із сміттєвоза // Промислова гідравліка і пневматика. 2011. № 34(4). С. 80-83.
5. Хом'юк В. В., Хом'юк І. В. Компетентностно-орієнтовані завдання як важливий чинник формування когнітивної складової математичної компетентності майбутніх інженерів. *Збірник наукових праць "Актуальні питання природничо-математичної освіти"*. Вип. 1, 2017. С. 107-114.
6. Хом'юк І. В., Хом'юк В. В. Математичне моделювання в контексті здійснення між предметних зв'язків курсу вищої математики у ВНЗ. *Збірник наукових праць "Актуальні питання природничо-математичної освіти"*. Вип. 2, 2017. С. 43-50.

7. Лозінський Д. О., Козлов Л. Г., Піонткевич О. В., Кавецький О. І. Оптимізація електрогідравлічного розподільника з незалежним керуванням потоків. Вісник машинобудування та транспорту. Вінниця: ВНТУ, 2023. № 1. С. 87–91. <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2023-17-1-87-91>
8. Bereziuk O.V., Lemeshev M.S., Bogachuk V.V., Kisala P., Tungatarova A., Yeraliyeva B. High-precision ultrasonic method for determining the distance between garbage truck and waste bin // *Mechatronic Systems 1: Applications in Transport, Logistics, Diagnostics, and Control: collective monograph*. London: Routledge, 2021. P. 279-290. <https://doi.org/10.1201/9781003224136-24>
9. Березюк О.В. Науково-технічні основи проектування приводів робочих органів машин для збирання та первинної переробки твердих побутових відходів: автореф. дис. д-ра техн. наук. Хмельницький, 2021. 46 с.
10. Піонткевич О. В. Вплив параметрів системи керування гідроприводом мобільної робочої машини на динамічні характеристики [Текст] / О. В. Піонткевич // Вісник машинобудування та транспорту. 2016. № 2(4). С. 68–76.
11. Петров О. В., Піонткевич О. В., Буда А. Г., Коломієць В. С. Застосування CAD/CAE-системи Solidworks у задачах аналізу міцності деталей верстатних пристосувань. Вісник машинобудування та транспорту. Вінниця : ВНТУ, 2024. Вип. 19. № 1. С. 95–102.
12. Піонткевич О. В., Березюк О. В., Лозінський Д. О., Кавецький О. І. Застосування CAD/CAE-системи Autodesk Inventor для удосконалення фрезерно-гравірувального верстата з ЧПК. Наукові праці Вінницького національного технічного університету. Вінниця : ВНТУ, 2025. Вип. 1. С. 1–9. <https://doi.org/10.31649/2307-5376-2025-1-178-186>
13. Березюк О.В. Розробка та дослідження нової структури екологічної машини для очистки населених пунктів від твердих відходів // Сучасні технології, матеріали і конструкції у будівництві. 2008. № 1. С. 92-98.
14. Polishchuk Leonid, Piontkevych Oleh, Burdeinyi Mykola, Trehubov Vadym Justification for choosing the type of belt conveyor drive. *Journal of Mechanical Engineering and Transport*. Vinnytsia : VNTU, 2024. № 1 (10). P. 115–122.

Кулісиді Володимир Миколайович — здобувач вищої освіти групи 2ПМ-24б, Факультет машинобудування та транспорту, Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Чишок Андрій Михайлович — здобувач вищої освіти групи 2ПМ-24б, Факультет машинобудування та транспорту, Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Науковий керівник: **Хом'юк Віктор Вікторович** — к. техн. наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: khomyuk@vntu.edu.ua

Kulisidi Volodymyr M. — student of group 2PM-24b, Faculty of Mechanical Engineering and Transport, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Chyshok Andrii M. — student of group 1PM-24b, Faculty of Mechanical Engineering and Transport, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Supervisor: **Khomyuk Viktor V.** — Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: khomyuk@vntu.edu.ua