

ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ В АНАЛІЗІ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі детально розглядається застосування похідної в аналізі фізичних процесів, таких як механічний рух, теплопередача, електричні явища та поширення хвиль. Похідна дозволяє кількісно оцінити зміну величин, визначити максимуми, мінімуми та точки перегину функцій, що описують фізичні процеси. Подано приклади математичного опису руху тіл, закону охолодження, електромагнітної індукції та хвильових процесів. Показано важливість похідних у формулюванні диференціальних рівнянь фізики.

Ключові слова: похідна, швидкість, прискорення, температура, електричний струм, хвилі, математичне моделювання.

Abstract

This paper explores the application of derivatives in the analysis of physical processes such as mechanical motion, heat transfer, electrical phenomena, and wave propagation. Derivatives enable the quantitative evaluation of changes in physical quantities, help to identify maxima, minima, and inflection points of functions describing processes. The paper includes examples of mathematical modeling of body motion, Newton's law of cooling, electromagnetic induction, and wave processes. The importance of derivatives in the formulation of physical differential equations is highlighted.

Keywords: derivative, velocity, acceleration, temperature, electric current, waves, mathematical modeling.

Вступ

Похідна — одне з найважливіших понять математичного аналізу. У фізичних науках вона використовується як основний інструмент для опису процесів, у яких змінюється значення певної фізичної величини. Саме завдяки поняттю похідної можна формалізовано описати зміну швидкості, прискорення, теплового потоку, інтенсивності струму, напруження, деформації та багатьох інших характеристик, що визначають динаміку фізичних систем.

У класичній механіці похідна визначає швидкість та прискорення тіла; у термодинаміці — описує швидкість зміни температури; в електродинаміці — формулює зміну магнітного або електричного поля. Таким чином, математичний апарат похідних є універсальним для усіх галузей фізики, дозволяючи встановлювати кількісні зв'язки між змінними величинами.

Метою цієї роботи є показати важливість застосування похідної в аналізі основних фізичних процесів, а також навести конкретні приклади її використання в задачах механіки, терміки та електродинаміки.

Результати дослідження

Одним з найпростіших прикладів застосування похідної є опис прямолінійного руху. Якщо положення тіла описується функцією $s(t)$, то похідна $s'(t)$ дає миттєву швидкість, а друга похідна $s''(t)$ — прискорення. У другому законі Ньютона $F=ma$, прискорення визначається саме як друга похідна координати. Цей зв'язок демонструє фундаментальну роль похідної у класичній механіці. У термодинаміці похідна використовується

для опису теплових процесів. Згідно з законом охолодження Ньютона, швидкість зміни температури об'єкта пропорційна різниці температур між тілом і середовищем:

$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$, де $T(t)$ — температура тіла в момент часу t , T_0 — температура середовища, k — коефіцієнт тепловіддачі. Цей тип рівняння належить до першого порядку та дозволяє змодельовати процес охолодження або нагрівання тіла в часі. Під час розрахунків у теплотехніці також використовуються рівняння теплопровідності, які є рівняннями в частинних похідних:

$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, де α — коефіцієнт температуропровідності. Такий підхід дозволяє моделювати теплові процеси в стінах будівель, трубах, двигунах тощо. В електродинаміці похідні також відіграють ключову роль. Закон Фарадея електромагнітної індукції має вигляд: $E = -\frac{d\Phi}{dt}$, де Φ — магнітний потік. Таким чином, виникнення електрорушійної сили пояснюється зміною магнітного потоку в часі. У приладах на кшталт трансформаторів, генераторів або індукційних плит використовується саме цей принцип. Більш загальні рівняння Максвелла, що описують електромагнітні поля, також формулюються через частинні похідні. Хвильові процеси, такі як

звук, світло або механічні коливання, описуються рівняннями виду: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ де $u(x, t)$ — амплітуда хвилі, а c — швидкість її поширення. Це рівняння дозволяє моделювати поширення коливань по струні, у повітрі або у воді. Аналіз таких рівнянь дозволяє передбачати поведінку хвиль, визначати їх інтенсивність, частоту та інші параметри. Крім того, у теорії пружності та механіці деформацій застосування похідних дозволяє аналізувати напруження, зміну внутрішньої енергії та інші характеристики матеріалів. Наприклад, у випадку згину балки вигин визначається другою похідною прогину балки по координаті. Таким чином, у всіх галузях природничих наук — від класичної механіки до квантової фізики — похідна є фундаментальним інструментом для математичного опису змін. Вона дозволяє точно формалізувати реальні процеси та будувати ефективні математичні моделі.

Висновки

Похідна є основою для математичного опису більшості фізичних процесів. Її застосування дозволяє переходити від якісного спостереження до точного кількісного аналізу явищ. Завдяки похідній стає можливим формулювання фундаментальних фізичних законів у вигляді диференціальних рівнянь, які описують зміну швидкості, температури, електричного струму, напруги та інших величин у часі й просторі. Таким чином, володіння методами диференціального числення є необхідним не лише для математиків, але й для інженерів, фізиків, програмістів та всіх фахівців, які працюють з природничо-технічними науками.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Демидович Б. П. Курс вищої математики. — К.: Наука, 2001.
2. Томсон Г. Математика для фізиків. — К.: Вища школа, 2004.
3. Гаврилов С. О. Основи математичного аналізу. — Вінниця: ВНТУ, 2015.
4. Фейнман Р. Фейнманівські лекції з фізики. — К.: Наукова думка, 2007.

Сологуб Іван Андрійович — студент групи 1KI-24б, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vano300123@gmail.com

Solohub Ivan Andriyovich — student of group 1KI-24b, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske Highway, 95, e-mail: vano300123@gmail.com