

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ В АНАЛІЗІ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглядаються методи лінійної алгебри, що використовуються для аналізу соціальних мереж. Проаналізовано використання матричного, власного векторного та спектрального аналізу для дослідження структури мережі, виявлення спільнот, визначення ключових вузлів та прогнозування динаміки взаємодії. Показано, що лінійна алгебра є потужним інструментом для обробки великих обсягів даних у соціальних мережах, що важливо для соціології, маркетингу та кібербезпеки.

Ключові слова: лінійна алгебра, соціальні мережі, матриці, спектральний аналіз, спільноти.

Abstracts

The report discusses the methods of linear algebra used to analyse social networks. The use of matrices, eigenvectors, and spectral analysis to study the network structure, identify communities, identify key nodes, and predict interaction dynamics is analysed. It is shown that linear algebra is a powerful tool for processing large amounts of data in social networks, which is important for sociology, marketing and cybersecurity.

Keywords: linear algebra, social networks, matrices, spectral analysis, communities.

Вступ

Соціальні мережі стали невід'ємною частиною сучасного життя, генеруючи величезні обсяги даних про взаємодії користувачів. Аналіз цих даних вимагає ефективних математичних методів, серед яких лінійна алгебра займає центральне місце. Матриці, власні вектори та інші інструменти дозволяють виявляти закономірності, які важко побачити при традиційному підході.

Метою роботи є демонстрація практичного застосування методів лінійної алгебри для аналізу соціальних мереж, зокрема для виявлення спільнот, визначення впливових користувачів та моделювання розповсюдження інформації.

Результати дослідження

1. Матриці суміжності та їх роль.

Соціальну мережу можна представити у вигляді графа, у якому вершини – користувачі, а ребра – зв'язки між ними. Матриця суміжності A визначається як:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо існує зв'язок між вузлами } i \text{ та } j, \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$$

За допомогою матричних операцій можна визначити ступінь вузла, шляхи між користувачами та інші показники.

2. Спектральний аналіз для виявлення спільнот.

Власні вектори матриці суміжності використовуються для виявлення спільнот – груп користувачів з тісними зв'язками. Наприклад, алгоритм спектральної кластеризації використовує розкладання матриці за власними значеннями для поділу мережі на групи.

3. Ідентифікація ключових вузлів.

Для оцінки впливу користувачів використовуються наступні показники:

Ступінь центральності (кількість зв'язків).

Власний вектор центральності (враховує вплив сусідів).

PageRank (алгоритм, заснований на матричних ітераціях).

4. *Прогнозування динаміки мережі.*

Лінійні моделі, такі як матричні рівняння, допомагають прогнозувати поширення інформації або зміни в структурі мережі з часом.

5. *Аналіз стійкості соціальних мереж.*

Важливим аспектом є дослідження стійкості соціальної мережі до змін – видалення вузлів або зв'язків. За допомогою спектрального розкладу матриці Лапласа можна оцінити, наскільки мережа є стабільною при втраті окремих користувачів. Власні значення цієї матриці дозволяють виявити критичні точки, видалення яких може призвести до фрагментації мережі. Такі дослідження актуальні для забезпечення безпеки мережевих структур, зокрема для виявлення потенційно вразливих елементів.

6. *Інтеграція з методами машинного навчання.*

Поєднання методів лінійної алгебри з алгоритмами машинного навчання відкриває нові можливості в аналізі соціальних мереж. Наприклад, матриці ознак можуть використовуватись як вхідні дані для класифікаторів, що визначають тип користувача чи прогнозують його поведінку. Також можливе застосування методів зменшення розмірності, таких як сингулярний розклад (SVD), для виявлення прихованих закономірностей у великих масивах соціальних даних. Це дозволяє покращити якість кластеризації, візуалізації та передбачення тенденцій.

7. *Застосування сингулярного розкладу для зменшення розмірності.*

У великих соціальних мережах дані можуть мати високу розмірність, що ускладнює їх обробку та візуалізацію. У таких випадках ефективним інструментом є сингулярний розклад матриці (SVD). Він дозволяє зменшити розмірність даних, зберігаючи при цьому найважливішу інформацію про структуру мережі. Це дає змогу зменшити обчислювальну складність подальших операцій та покращити точність алгоритмів класифікації, виявлення аномалій та рекомендацій.

Висновки

Методи лінійної алгебри є незамінними для аналізу соціальних мереж, оскільки вони дозволяють:

- ефективно обробляти великі обсяги структурованих і неструктурованих даних;
- виявляти приховані структури, такі як спільноти та ключові вузли;
- оцінювати вплив користувачів за допомогою різних показників центральності;
- здійснювати прогнозування динаміки змін у мережі;
- досліджувати стійкість мережі до зовнішніх впливів;
- інтегрувати аналіз із сучасними методами машинного навчання;
- застосовувати розклади матриць для зменшення розмірності та оптимізації обчислень.

Таким чином, лінійна алгебра забезпечує потужний аналітичний інструментарій, який має широкий спектр застосування в соціології, маркетингу, інформаційній безпеці та інших галузях. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на розробку гібридних підходів, що поєднують алгебраїчні методи з нейромережевими моделями.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Newman M. Networks: An Introduction. – Oxford University Press, 2018.
2. Leskovec J., Rajaraman A., Ullman J. Mining of Massive Datasets. – Cambridge University Press, 2020.
3. Strang G. Linear Algebra and Its Applications. – Cengage Learning, 2016.

Бартошук Назар Дмитрович – студент групи 2ПКТ 24-б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: bartoshuknazar0602@gmail.com

Науковий керівник: **Хом'юк Ірина Володимирівна** – д.пед.н., професор, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com

Bartoshuk Nazar Dmytrovych – student of group 2PKT 24-b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: bartoshuknazar0602@gmail.com

Supervisor: **Irina V. Khomyuk** – Doctor of Science (Ped.), Professor of Higher Mathematics Department, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vikiraivh@gmail.com