

# ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТРИЦЬ НА ЕКРАНІ КОМП'ЮТЕРА

Вінницький національний технічний університет

## *Анотація*

*У тезі розглядається принцип використання матриць у комп'ютерних обчисленнях для визначення координат у дво- та тривимірному просторі. Проаналізовано, як матриці трансформації застосовуються для переміщення, обертання, масштабування та інших геометричних перетворень об'єктів. Пояснено значення цього методу в комп'ютерній графіці, 3D-моделюванні та ігрових технологіях. Акцентовано увагу на ефективності та універсальності матричного підходу, який забезпечує швидке та точне обчислення координат у цифрових системах.*

**Ключові слова:** матриця, координати, комп'ютерна графіка, трансформації, 3D-моделювання.

## *Abstract*

*The thesis examines the principle of using matrices in computer calculations to determine coordinates in two- and three-dimensional space. It analyzes how transformation matrices are used to move, rotate, scale, and other geometric transformations of objects. The significance of this method in computer graphics, 3D modeling, and game technologies is explained. The emphasis is on the efficiency and versatility of the matrix approach, which provides fast and accurate calculation of coordinates in digital systems.*

**Keywords:** matrix, coordinates, computer graphics, transformations, 3D modeling.

## Вступ

У світі сучасних цифрових технологій, де значну роль відіграють комп'ютерна графіка, 3D-моделювання, анімація, системи навігації та штучний інтелект, виникає необхідність точно й швидко визначати положення об'єктів у просторі. Основним математичним інструментом для виконання таких операцій є матриці. Саме вони лежать в основі алгоритмів, які дозволяють комп'ютеру обчислювати координати, змінювати форму, положення, масштаб і орієнтацію об'єктів у дво- та тривимірному просторі.

Матриці забезпечують універсальний підхід до опису геометричних перетворень і дозволяють комп'ютерним системам ефективно обробляти велику кількість даних у реальному часі. Вони використовуються як у побудові простих графічних елементів, так і у складних візуалізаціях, зокрема в ігрових рушіях, інженерних CAD-системах та візуалізаціях наукових симуляцій.

Актуальність теми зумовлена широким впровадженням цифрових технологій у всі сфери діяльності, зокрема в освіту, науку, інженерію, медицину та розваги. Розуміння принципів роботи з матрицями відкриває широкі можливості для створення ефективних програмних продуктів і підвищення цифрової грамотності.

Метою цієї роботи є дослідження способів, за допомогою яких комп'ютер визначає координати об'єктів, використовуючи матриці, а також ознайомлення з основними типами матричних перетворень, що застосовуються в комп'ютерній практиці.

## Результати дослідження

Під час вивчення теми було встановлено, що матриці є одним із базових інструментів у комп'ютерній математиці, які забезпечують ефективне визначення та обробку координатних даних. Зокрема, у графічних системах координати об'єктів подаються у вигляді векторів, які проходять через множину математичних перетворень за допомогою спеціальних матриць.

Основні типи матриць, які використовуються у комп'ютерній геометрії:

Матриця трансляції (зсуву): дозволяє переміщувати об'єкти в просторі на задану величину по осях X, Y або Z.

Наприклад, переміщення точки (x, y) на (dx, dy) виконується за допомогою матриці:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матриця масштабування: змінює розмір об'єкта. При цьому координати множаться на заданий коефіцієнт масштабу:

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

де  $sx$  та  $sy$  - коефіцієнти масштабування по відповідних осях

Матриця обертання: відповідає за обертання точки навколо центра координат або іншої точки.

Наприклад, обертання на кут  $\theta$  в у двовимірному просторі:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Комбіновані матриці: дозволяють поєднувати декілька трансформацій одночасно (наприклад, масштабування + поворот + зсув). Це здійснюється шляхом множення відповідних матриць одна на одну у визначеній послідовності.

У тривимірній графіці та анімації використовуються  $4 \times 4$  матриці, що дозволяє враховувати додаткову вісь (Z), перспективу, відображення, зсув камери тощо. Такі операції активно застосовуються в ігрових рушіях (Unity, Unreal Engine), програмах CAD-моделювання (AutoCAD, Blender) та при роботі з OpenGL, DirectX.

Особливістю використання матриць у комп'ютерах є їх ефективність: множення вектора на матрицю виконується за лічені мікросекунди, що дозволяє в реальному часі змінювати положення тисяч об'єктів на екрані.

Також досліджено, що в комп'ютерному програмуванні матриці реалізуються як масиви чисел, з якими працюють спеціалізовані бібліотеки, наприклад:

- NumPy (Python),
- Eigen (C++),
- glm (C++ для графіки),
- Matrix (JavaScript/WebGL).

Завдяки використанню матриць:

- значно спрощується математична логіка програм;
- підвищується точність обчислень;
- забезпечується масштабованість при роботі з 3D-сценами та моделями;
- реалізуються складні візуальні ефекти (відображення, тіні, анімації).

## Висновки

У результаті проведеного дослідження можна зробити низку важливих висновків щодо ролі матриць у комп'ютерних обчисленнях координат:

Матриці — це універсальний інструмент для опису та виконання геометричних перетворень у комп'ютерній графіці. Вони дозволяють здійснювати зсуви, повороти, масштабування, відображення та інші маніпуляції з координатами об'єктів у просторі.

Ефективність обчислень є однією з головних причин використання матриць у комп'ютерах. Множення векторів на матриці реалізується за допомогою оптимізованих алгоритмів, що дозволяє здійснювати обчислення в реальному часі — особливо це важливо у 3D-графіці, анімації, комп'ютерному моделюванні та ігровій індустрії.

Матриці дозволяють комп'ютерам працювати з простором узагальнено і незалежно від розмірності: двовимірні (2D) або тривимірні (3D) сцени обробляються єдиним підходом завдяки використанню  $3 \times 3$  та  $4 \times 4$  матриць відповідно.

Застосування матриць є основою сучасної цифрової візуалізації, включаючи віртуальну реальність, доповнену реальність, 3D-моделювання, комп'ютерну графіку, інженерні CAD-системи, а також навігаційні та симуляційні програми.

Знання принципів матричних перетворень є необхідною складовою цифрової грамотності, особливо для фахівців у сферах ІТ, програмування, графічного дизайну, інженерії та архітектури.

Таким чином, матриці відіграють ключову роль у визначенні координат та керуванні просторовим розташуванням об'єктів у цифровому середовищі. Їх використання забезпечує точність, універсальність і швидкість обчислень, що робить їх незамінним інструментом у сучасних інформаційних технологіях.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Новіков А.М. Лінійна алгебра та її застосування. — К.: Видавництво Либідь, 2019. — 312 с.
2. Хомоненко О.В. Математичні основи комп'ютерної графіки. — Харків: ХНУРЕ, 2021. — 178 с.
3. Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F. Computer Graphics: Principles and Practice. — 3rd ed. — Addison-Wesley, 2014. — 1264 p.
4. Шевченко О.І. Використання матриць у комп'ютерній графіці та моделюванні // Інформаційні технології в освіті. — 2020. — №38. — С. 84–90.
5. Moler C. Numerical Computing with MATLAB. — SIAM, 2004. — 336 p. [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://www.mathworks.com/moler/>
6. Shreiner D., Sellers G., Kessenich J., Licea-Kane B. OpenGL Programming Guide: The Official Guide to Learning OpenGL, Version 4.5. — 9th Edition. — Addison-Wesley, 2019. — 976 p. [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://www.opengl.org/documentation/>
7. NumPy Documentation — Linear Algebra (numpy.linalg). — [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.linalg.html>
8. Unity Technologies. Unity Manual — Transformations and Matrices. — [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://docs.unity3d.com/>

**Наумчак Олег Валерійович** – студент групи 1KI-24б, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: [naoleg355@gmail.com](mailto:naoleg355@gmail.com)

**Naumchak Oleg Valeriyovych** – student of group 1KI-24b, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske highway, 95, e-mail: [naoleg355@gmail.com](mailto:naoleg355@gmail.com)