

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ЕКОЛОГІЇ ТА ОХОРОНІ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У доповіді розглядається значення математичних моделей у сфері екології та охорони навколишнього середовища. Описано класифікацію моделей за різними критеріями, основні типи моделей та їх практичне використання для прогнозування стану екосистем і розробки екологічних заходів. Підкреслено важливість математичного моделювання для прийняття обґрунтованих рішень щодо охорони природи.

Ключові слова: математичне моделювання, екологія, кліматичні моделі, природоохоронна діяльність, оптимізація ресурсів.

Abstract

The report examines the importance of mathematical models in the field of ecology and environmental protection. The classification of models according to various criteria, the main types of models and their practical use for predicting the state of ecosystems and developing environmental measures are described. The importance of mathematical modeling for making informed decisions on nature protection is emphasized.

Keywords: mathematical modeling, ecology, climate models, environmental protection activities, resource optimization.

Вступ

Нині навколишнє середовище потребує багато прогнозування та аналізу. Глобальні екологічні виклики, такі як забруднення навколишнього середовища, зміна клімату та виснаження природних ресурсів, потребують обґрунтованих рішень. Одним із ключових методів у цьому напрямку є математичне моделювання, яке дає змогу досліджувати екосистеми, передбачати наслідки людської діяльності та розробляти ефективні заходи для їхнього збереження. Ця доповідь має на меті розглянути основні види математичних моделей, що застосовуються в екологічних дослідженнях, та їхню роль у практичній природоохоронній діяльності.

Результати дослідження

1. Застосування математичних моделей в природоохоронній діяльності. Математичні моделі є важливим інструментом у дослідженні навколишнього середовища. Можна виділити чотири основних типи математичних моделей:

- *детерміновані моделі* використовують дані про атмосферу та воду для оцінки забруднення на великих територіях;
- *статистичні* — для аналізу забруднення і часових рядів, хоча для довгострокових прогнозів вони менш ефективні;
- *моделі на основі диференціальних рівнянь* - для швидких прогнозів;
- *аналітичні моделі* допомагають вивчати основні закономірності, але мають обмеження.

В охороні навколишнього середовища використовуються чисельні методи, що потребують спеціального програмного забезпечення, а фізичне моделювання дозволяє уточнити параметри, хоча перенесення результатів на реальні об'єкти є складним [1].

2. Модель популяцій. Модель Лотки-Вольтерри. Модель Лотки-Вольтерри аналізує взаємодію хижаків і жертв у природному середовищі за допомогою системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y + \delta xy$$

де $x(t)$ – число тварин-жертв, $y(t)$ – число хижаків у момент часу t ; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – параметри.

Ці рівняння описують зміни в чисельності популяцій хижаків та жертв з урахуванням таких факторів: а) приріст чисельності жертв (фактор αx) та їх зменшення через хижаків (фактор $-\beta xy$); б) збільшення чисельності хижаків, що залежить від кількості доступної їжі (фактор δxy), а також їх зменшення через дефіцит поживи (доданок $-\gamma y$). Це відображає спрощену систему, не враховуючи вплив навколишнього середовища, зокрема кліматичні зміни, доступність інших джерел їжі чи людське втручання [2].

3. Модель Ферхюльста-П'єра (логістична модель зростання популяції). Дана модель описує зміну чисельності популяції з урахуванням обмежень ресурсів:

$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

де N — чисельність популяції, r — коефіцієнт природного зростання, K — ємність середовища.

Модель показує, що популяція спочатку росте експоненційно, але зі збільшенням чисельності темп росту зменшується через обмеженість ресурсів [3].

4. Моделювання змін клімату. Використовуються складні кліматичні моделі такі як загальні циркуляційні моделі (GCM), які включають рівняння теплового балансу, атмосферної циркуляції та океанічних потоків [4].

5. Моделі поширення забруднень містять диференціальні рівняння дифузії та застосовуються для прогнозування розповсюдження забруднювачів у воді, повітрі та ґрунті. Наприклад, рівняння адвекції-дифузії використовується для моделювання руху забруднень у річках:

$$\frac{dC}{dt} + v \times \nabla C = D \nabla^2 C + S$$

де dC/dt – тимчасова зміна концентрації C ; $v \cdot \nabla C$ – адвекційний термін, який показує перенесення концентрації C у напрямку швидкості v ; $D \nabla^2 C$ – дифузійний термін, де D є коефіцієнтом дифузії, а ∇^2 – оператор Лапласа, який представляє дисперсію концентрації; S – джерелова функція, яка включає джерела або стоки концентрації C [1,5].

6. Моделювання епідемій у природі використовуються для аналізу поширення хвороб серед диких тварин (наприклад, чума оленів або епідемії серед риб). Модель SIR (сприйнятливі – інфіковані – відновлені) застосовується для вивчення інфекційних захворювань у популяціях. Ці особливості підкреслюють складність і багатогранність процесів, що відбуваються в природних екосистемах, і важливість точних математичних моделей для прогнозування майбутніх змін та розробки ефективних стратегій збереження природи. Моделювання в екології дозволяє не лише детально досліджувати елементи екосистем, але й сприяє розробці більш ефективних підходів до охорони навколишнього середовища та управління природними ресурсами [6].

7. Виклики та перспективи моделювання екосистем. Математичні моделі відіграють ключову роль у вивченні біологічних та екологічних систем, оскільки вони дозволяють моделювати та передбачати різноманітні природні явища. Імітаційні моделі, в свою чергу, дозволяють відтворювати складні екологічні процеси, враховуючи величезну кількість змінних, які неможливо охопити лише аналітичними методами. Вони дають можливість спрогнозувати різні варіанти розвитку подій і оцінити, як випадкові фактори, такі як зміни клімату чи природні катастрофи, можуть впливати на стабільність екосистем. Серед моделей, що застосовуються для дослідження екосистем, популярними є стохастичні моделі, які враховують ймовірнісні зміни в природних процесах. Вони дозволяють більш точно змодельовати ситуації, що не піддаються чітким математичним формулам, зокрема, коли природні умови часто змінюються.

Екологічне математичне моделювання розвивається дуже швидко, проте існують певні виклики, зокрема нестача точних даних, невизначеність у прогнозах та складнощі з обробкою великих обсягів інформації. Однак, перспективи розвитку таких моделей є дуже обнадійливими. В майбутньому штучний інтелект, машинне навчання та нові обчислювальні методи можуть зробити моделі точнішими і більш адаптивними, що дасть змогу ефективніше вирішувати екологічні проблеми. Вони дозволяють прогнозувати зміни клімату з більшою точністю, оцінювати вплив людської діяльності на природу та оптимізувати стратегії збереження біорізноманіття [7].

Висновки

Математичне моделювання відіграє важливу роль у дослідженні та управлінні екологічними процесами, оскільки дозволяє ефективно прогнозувати зміни в навколишньому середовищі та розробляти стратегії збереження природних ресурсів. Завдяки цьому підходу можна не тільки оцінити поточний стан екосистем, а й передбачити потенційні ризики, пов'язані з антропогенними впливами. У майбутньому розвиток математичних методів надасть ще більше можливостей для точнішого аналізу екологічних процесів і допоможе зменшити негативний вплив людської діяльності. В умовах глобальних екологічних викликів, застосування таких моделей стає необхідним для досягнення сталого розвитку та забезпечення гармонійного співіснування людини з природою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Математичні моделі в охороні навколишнього середовища. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi72/0053275.pdf>
2. Екологія і медицина. Найпростіші диференціальні моделі в екології. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/get/51233>
3. Моделі росту чисельності. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/286466/mod_resource/content/1/%D0%9B%D0%B5%D0%BA%D1%86%D1%96%D1%8F%20%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C%20%D0%9C%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%82%D1%83%D1%81%D0%B0%2C%20%D0%A5%D0%B0%D1%82%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0.pdf
4. Кліматична модель. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D1%96%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C
5. Convection–diffusion equation. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://en.wikipedia.org/wiki/Convection%E2%80%93diffusion_equation
6. Compartmental models in epidemiology. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology
7. Особливості моделювання екологічних процесів. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://kegt.rshu.edu.ua/images/dustan/mpos.pdf>

Сніжинська Влада Володимирівна – студентка групи ЗКН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vladasnizhynska@gmail.com

Галаган Руслана Вікторівна – студентка групи ЗКН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: 1977vgalagan@gmail.com

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Snizhynska Vlada V. – student of group 3KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : vladasnizhynska@gmail.com

Halahan Ruslana V. – student of group 3KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia,, email : 1977vgalagan@gmail.com

Supervisor: **Kovalchuk Maya B.** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95 e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com