

Д. В. Ходорович,
В. О. Гаврилюк,
М.Б. Ковальчук

ЗАСТОСУВАННЯ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ В КОМП'ЮТЕРНІЙ ГРАФІЦІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Лінійна алгебра є одним із ключових математичних інструментів, що використовуються в комп'ютерній графіці. Вона забезпечує методи та алгоритми для роботи з графічними об'єктами, трансформаціями, освітленням і рендерингом. Вектори, матриці та їхні операції, відіграють важливу роль у створенні та обробці графічних зображень, полегшують реалізацію складних алгоритмів обробки зображень, анімації та симуляції фізичних процесів у комп'ютерній графіці.

Ключові слова: Лінійна алгебра, комп'ютерна графіка, вектори, матриці, трансформації, рендеринг, освітлення, перспективні проекції, шейдери.

Abstract

Linear algebra is one of the key mathematical tools used in computer graphics. It provides methods and algorithms for working with graphical objects, transformations, lighting, and rendering. Basic concepts of linear algebra, such as vectors, matrices, and their operations, play an important role in creating and processing graphic images. Thanks to this, it is possible to implement complex algorithms for image processing, animation, and simulation of physical processes in computer graphics.

Keywords: Linear algebra, computer graphics, vectors, matrices, transformations, rendering, lighting, perspective projections, shaders.

Вступ

Лінійна алгебра забезпечує математичну основу для представлення та маніпуляції геометричними об'єктами, виконання трансформацій, моделювання освітлення та рендерингу сцен. Завдяки векторним та матричним операціям можливо ефективно працювати з тривимірними об'єктами і створювати реалістичні зображення. Історично розвиток лінійної алгебри пішов поруч із еволюцією комп'ютерної графіки – від простих перетворень до сучасних технологій віртуальної та доповненої реальності. Сучасні тенденції, зокрема інтеграція нейронних мереж, розширюють можливості класичних методів і відкривають нові підходи у рендерингу.

Результати дослідження

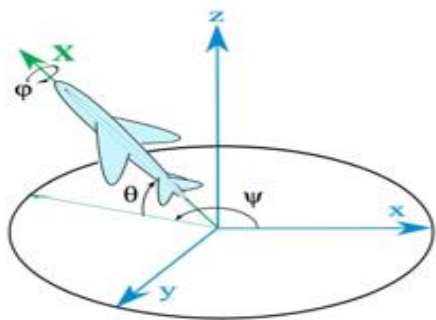


Рис. 1. Кватерніон

1. Основні поняття лінійної алгебри в комп'ютерній графіці. Вектори визначають положення точок у просторі та напрямки руху. Операції додавання, віднімання та множення на скаляр використовуються для обчислення позицій, швидкостей та нормалей поверхонь. Класичні операції добре працюють для базових задач, проте при моделюванні складних обертів традиційна схема може зустрічати обмеження, що стимулює застосування альтернативних представлень (наприклад, кватерніонів (рис. 1)). Матриці використовуються для виконання перетворень – масштабування, повороту, перенесення.

За допомогою однорідних координат можна ефективно маніпулювати 3D-об'єктами.

Традиційні матричні операції іноді стикаються з числовими обмеженнями, що спонукає до розробки більш стабільних алгоритмів.

2. Трансформації в комп'ютерній графіці. *Масштабування* – зміна розмірів об'єкта шляхом множення координат на коефіцієнт масштабу. *Поворот* – обертання навколо осі за допомогою тригонометричних функцій або матриці обертання. *Перенесення* – зміщення об'єкта у просторі шляхом додавання вектора зсуву. *Перетворення перспективи* – створення ефекту глибини за допомогою матриці перспективної проєкції. *Ортографічне проєктування* – використовується для збереження пропорцій без врахування перспективи.

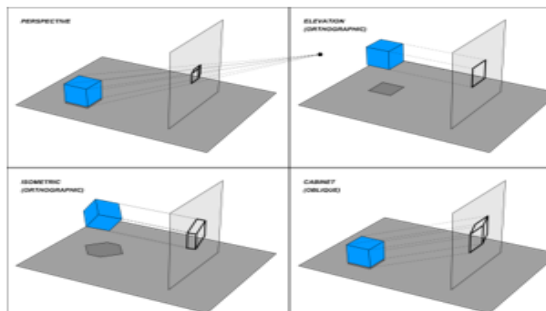


Рис. 2. Різні проєкції та спосіб їх виготовлення

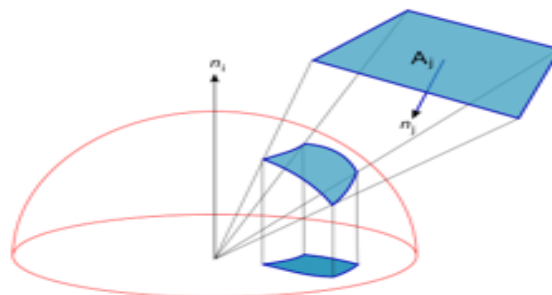


Рис. 3. Проєктування тілесного кута

3. Використання лінійної алгебри в графічних алгоритмах. Рендеринг і проєкції. Моделювання камери в 3-D сценах здійснюється за допомогою матриць проєкції (рис.2), що перетворюють тривимірні сцени у двовимірні зображення.

Сучасні графічні API (OpenGL, DirectX, Vulkan) використовують матричні перетворення для оптимізації рендерингу – це можна продемонструвати короткими фрагментами коду чи схемами алгоритмів.

4. Обчислення нормалей та освітлення. Векторні операції дозволяють визначати нормалі поверхонь, які є важливими для моделювання освітлення (рис.3). Моделі освітлення Фонга та Ламберта використовують векторне множення для розрахунку яскравості пікселів, а сучасні підходи (наприклад, глобальне освітлення) розширюють ці методи для досягнення високої реалістичності.

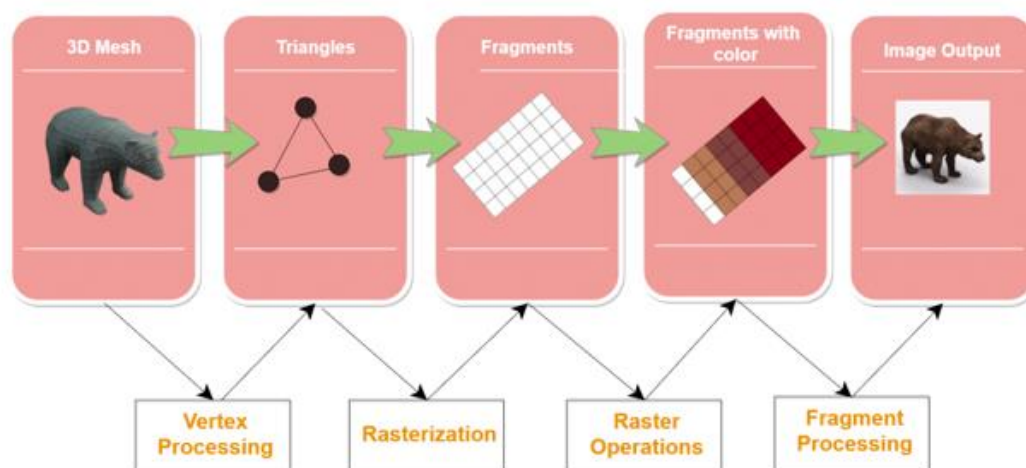


Рис. 4. Процес роботи графічного шейдера

5. Графічні шейдери. Програмовані шейдери (рис. 4) застосовують векторні та матричні операції для створення реалістичних ефектів освітлення, відбиття та текстуровання. Інноваційні підходи в розробці шейдерів дозволяють комбінувати класичні методи з новими технологіями для створення динамічних візуальних ефектів.

Висновок

Лінійна алгебра є невід'ємною частиною комп'ютерної графіки. Вона забезпечує основні методи для роботи з геометрією, освітленням і проєкціями. Завдяки використанню векторів, матриць та їхніх операцій, можливо створювати складні графічні сцени та ефекти, які широко застосовуються в комп'ютерних іграх, анімації та візуалізації. Сучасні технології, такі як трасування променів, глобальне освітлення та симуляція фізичних процесів, значною мірою спираються на лінійну алгебру, що підтверджує її важливість у розвитку комп'ютерної графіки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Веселовська Г.В., Ходаков В.С., Веселовський В.М. Комп'ютерна графіка: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Під ред. В.С. Ходакова. Херсон: ОЛДІ-плюс, 2008. 584 с.
2. Фолі Дж. Д., ван Дам А., Фейнер С. К., Г'юз Дж. Ф. Комп'ютерна графіка: принципи та практика (2-ге вид.). Addison-Wesley, 1996.
3. Странг Г. Вступ до лінійної алгебри (5-те вид.). Wellesley-Cambridge Press, 2016.
4. Енджел Е. Інтерактивна комп'ютерна графіка: підхід зверху вниз з WebGL. Addison-Wesley, 2012.
5. Хірн Д., Бейкер М. П. Комп'ютерна графіка з використанням OpenGL (4-те вид.). Prentice Hall, 2011.

Ходорович Данііл Володимирович – студент групи 2 КН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: icysanmen1923@gmail.com

Гаврилюк Владислав Олегович – студент групи 2 КН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vlad1256a@gmail.com

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Khodorovych Daniil V. - student of group 2KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: icysanmen1923@gmail.com

Gavryliuk Vladyslav O. - student of group 2KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vlad1256a@gmail.com

Supervisor: **Kovalchuk Maya B.** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95 e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com