

О. О. Топольський
А. В. Педін
О. О. Дзюба
І. О. Надтока
М.Б. Ковальчук

ФРАКТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИРОДНИХ СТРУКТУР: МЕТОДИ ТА ЗАСТОСУВАННЯ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У цій роботі розглядаються методи моделювання природних структур за допомогою фрактальної геометрії. Описано основні підходи до генерації ландшафтів, річкових систем, рослинних структур та природних явищ, таких як хмари та полум'я. Проаналізовано використання фрактальних алгоритмів у комп'ютерній графіці, геоінформаційних системах, архітектурі та дизайні. Визначено переваги та обмеження фрактального підходу, його роль у сучасному моделюванні та перспективи застосування в різних галузях науки і техніки.

Ключові слова: фрактал, фрактальна геометрія, фрактальна природа, фрактальні структури, самоподібність, природні системи.

Abstract

This paper explores methods for modeling natural structures using fractal geometry. It describes key approaches to generating landscapes, river systems, plant structures, and natural phenomena such as clouds and flames. The study analyzes the application of fractal algorithms in computer graphics, geographic information systems, architecture, and design. The advantages and limitations of the fractal approach are identified, along with its role in modern modeling and its prospects for use in various fields of science and technology.

Keywords: fractals, natural structures, modeling, computer graphics, architecture.

Вступ

Дослідження природних структур має високу актуальність у різних галузях науки та техніки. Ось кілька ключових причин: вивчення природних структур дозволяє створювати нові технології, що імітують природні рішення (крила літаків, натхненні формою пташиних крил, або суперміцні матеріали, подібні до павутини); природні матеріали часто мають унікальні властивості (легкість, міцність, гнучкість); вивчення природних структур сприяє розробці екологічно чистих технологій, що мінімізують шкоду довкіллю, наприклад, будівельні матеріали на основі біодеградованих структур; дослідження природних структур допомагає в розробці імплантатів, протезів та тканинної інженерії, використовуючи принципи росту та відновлення живих організмів; натхнення природними формами дозволяє створювати ефективніші роботи, які можуть адаптуватися до середовища так само, як живі істоти.

Результати дослідження

1. **Основні аспекти ролі математики в моделюванні природних об'єктів.** Багато природних об'єктів мають фрактальну структуру (дерева, узбережжя, сніжинки, розгалуження судин). Фрактальна геометрія дозволяє створювати математичні моделі таких структур, використовуючи самоподібність і рекурсивні алгоритми.

Диференціальні рівняння описують динамічні процеси в природі, наприклад, рух рідин (рівняння Нав'є—Стокса), поширення тепла (рівняння теплопровідності), зростання популяцій (модель Лотки-Вольтерри). Допомагають моделювати кліматичні зміни, хвильові процеси, рух планет.

Природні явища часто містять випадкові фактори (мутації в генетиці, поширення хвороб, турбулентність в атмосфері). Ймовірнісні методи дозволяють створювати статистичні моделі для передбачення таких процесів.

Топологічні методи використовуються в аналізі біологічних структур (наприклад, згортання білків, будова ДНК). Алгебраїчні структури допомагають в моделюванні симетрії природних об'єктів (кристалів, молекул).

Чисельні методи та алгоритми машинного навчання використовуються для прогнозування природних процесів (наприклад, штучні нейронні мережі для передбачення погоди). Комп'ютерне моделювання дозволяє створювати віртуальні копії природних об'єктів і досліджувати їх без фізичних експериментів.

2. Методи побудови фракталів. Ітераційні процедури є основним методом побудови фрактальних структур. Вони базуються на послідовному наближенні до розв'язку шляхом багаторазового застосування деякої обчислювальної процедури, при цьому вихідними даними для кожної наступної процедури є результати застосування попередніх процедур. У контексті фракталів, ітерація полягає в багаторазовому застосуванні однієї й тієї ж функції до попереднього результату. Це дозволяє отримувати складні структури з простих правил.

Система ітераційних функцій (Iterated Function System, IFS) — це набір функцій, які застосовуються до точки в просторі. Ітерація кожної функції створює нову точку, і ця процедура повторюється нескінченно, створюючи фрактальну структуру. Система може містити як лінійні, так і нелінійні функції. Одним із ключових елементів є те, що ці функції можуть мати властивість самоподібності.

Алгоритм Мандельброта (Множина Мандельброта) Множина Мандельброта є одним з найвідоміших фракталів, і вона генерується за допомогою ітераційної функції для комплексних чисел.

3. Моделювання природних структур за допомогою фракталів. Гори та рельєфи на земній поверхні мають характерну фрактальну структуру, що означає, що їхня форма повторюється на різних рівнях масштабів. Наприклад, уявімо гору: її схили мають подібну структуру, що повторюється як у великих, так і в малих масштабах. Це явище можна моделювати за допомогою фрактальних алгоритмів, таких як Diamond-Square або Perlin Noise.

Мережа річок і водотоків також має фрактальні властивості. Річки часто розгалужуються за принципом самоподібності: головна річка розгалужується на численні притоки, а ті, в свою чергу, на менші річки і потоки. Цей процес можна описати за допомогою фрактальних моделей, таких як алгоритм перколяції, що дозволяє моделювати поширення води або утворення річкових мереж.

Фрактальні методи активно використовуються для моделювання рослинних структур, оскільки рослини часто мають самоподібні властивості: їхні гілки, листя, корені та інші частини структури повторюються за певними математичними принципами.

Можна прослідкувати по сім розвилок на кожному з чотирьох стовбурів, тобто, це дерево є самоподібним у семи різних масштабах розгляду. Розвилка, у якій одна гілка перетворюється на дві — це конфігурація, що повторюється на різних масштабах. З'ясувавши фрактальну суть цього дерева, можна достеменно передбачити, як виглядає дерево в своїй основі.

Хмари та інші атмосферні явища можна моделювати за допомогою фрактальних шумів, таких як перлінний або воронівський шум. Вони дозволяють створювати розсіяні, хаотичні текстури, схожі на справжні хмари. Приклади фрактальних моделей вогню є спалахи блискавки можуть створювати фрактальні візерунки полум'я під час займання, лісові пожежі розповсюджуються за фрактальними законами, утворюючи нерівномірні, розгалужені лінії горіння.

Полум'я — це складне природне явище, яке має властивості фрактала. Воно складається з турбулентних потоків газу та плазми, що створюють самоподібні візерунки на різних масштабах. Це означає, що при збільшенні або зменшенні певної ділянки вогню можна побачити схожі структури, характерні для фракталів.

4. Застосування фрактального моделювання. Фрактали широко використовуються в комп'ютерній графіці для створення реалістичних природних об'єктів, візуальних ефектів і процедурного моделювання середовища. Вони допомагають генерувати складні структури з високим рівнем деталізації, використовуючи математичні алгоритми.

Фрактали дозволяють процедурно створювати реалістичні гори, острови, рівнини, печери та інші природні ландшафти. Також фрактальні алгоритми використовуються для створення рослинності в іграх, фільмах та 3D-анімації.

Фрактали відіграють важливу роль у географічних інформаційних системах (ГІС), оскільки багато природних об'єктів та явищ мають фрактальну структуру. Використання фрактальних методів дозволяє ефективно аналізувати, моделювати та візуалізувати географічні дані, зокрема рельєфи, річкові системи, берегові лінії та лісові масиви. Основні напрямки використання фракталів у ГІС: моделювання рельєфу та ландшафтів, аналіз берегових ліній та річкових систем, картографічна генерація текстур та географічних структур. Сучасні геоінформаційні системи (ГІС), такі як ArcGIS, QGIS, підтримують фрактальні методи для: генерації 3D-моделей ландшафтів, аналізу розподілу природних ресурсів, створення процедурних географічних текстур. Реальні приклади: ГІС-аналіз ерозії ґрунту за допомогою фрактального моделювання, оцінка міських структур через фрактальну геометрію.

Фрактали відіграють ключову роль у сучасній архітектурі та дизайні, оскільки вони відтворюють природні закономірності та гармонію, що привертає увагу людей на підсвідомому рівні. Фрактальні структури використовуються в проєктуванні будівель, міському плануванні, інтер'єрному та графічному дизайні, а також у генеративному мистецтві. Багато традиційних архітектурних стилів мають фрактальну природу, навіть якщо вони не створювалися з використанням сучасних математичних методів, як-от: готичні собори, ісламська архітектура, індійські храми. Сучасні архітектори застосовують фрактальну геометрію для створення унікальних, адаптивних та екологічних будівель. Наприклад: фрактальні хмарочоси, модульні будівлі, екологічна архітектура.

Фрактали використовуються у дизайні інтер'єру для створення приємного та гармонійного простору. Вони знаходять застосування в реальних об'єктах, як-от меблі з фрактальними візерунками, стелі та панелі з фрактальними орнаментами, симетричне освітлення. Крім того, фрактали широко використовуються в цифровому мистецтві та візуальних ефектах, зокрема у фрактальних текстурах, генеративному мистецтві, анімації, а також у 3D-дизайні та архітектурі.

Висновки

Фрактали мають величезне значення для моделювання природних структур завдяки своїй здатності відображати самоподібні та складні патерни, що зустрічаються в природі. Вони дозволяють точно відображати форми та процеси в географії, біології, матеріалознавстві та навіть в технічних розробках. Окрім того, фрактали можуть покращити моделювання природних і біологічних процесів, таких як зміни клімату, ріст клітин або поширення хвороб. Вони також мають потенціал у медицині для діагностики захворювань, в екології — для управління ресурсами, а в комп'ютерній графіці — для створення реалістичних візуальних ефектів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman, San Francisco, 1982. 468 с.
2. Дослідницька робота на [Електронний ресурс].-URL: <https://naurok.com.ua/doslidnicka-robota-na-temu-fraktali-v-prirodi-105137.html>.
3. Кейс-урок "Фрактали та їх застосування" [Електронний ресурс]. - URL: <https://naurok.com.ua/keys-urok-fraktali-ta-h-zastosuvannya-290839.html>.
4. Ітераційні та прямі методи. [Електронний ресурс]. - URL: http://om.univ.kiev.ua/users_upload/15/upload/file/cm_lecture_09.pdf.
5. Фрактальна графіка: опис, приклади, формати, переваги і недоліки [Електронний ресурс]. URL: https://poradu.pp.ua/internet/34003-fraktalna-grafka-opis-prikladi-formati-perevagi-nedolki.html?utm_source=chatgpt.com#google_vignette.
6. Вікіпедія Вільна інциклопедія [Електронний ресурс].- URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%B0_%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D0%BD%D0%BA%D0%B0.
7. CXone Expert knowledge management [Електронний ресурс]. - URL: <https://www.nice.com/resources/cxone-expert-knowledge-management>.

Топольський Олександр Олександрович — студент групи 2 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: oleksandrtopolskyu@gmail.com.

Дзюба Олександр Олександрович — студент групи 2 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: odzuba474@gmail.com.

Педін Андрій Володимирович — студент групи 2 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: pedinandriy@gmail.com.

Надтока Ілона Олександрівна — студентка групи 2 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: nadtokaworld@gmail.com

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Topolsky Oleksandr Oleksandrovych — student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: oleksandrtopolsky@gmail.com

Dzyuba Oleksandr Oleksandrovych — student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: odzuba474@gmail.com

Pedin Andriy Volodymyrovych — student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: pedinandriy@gmail.com.

Nadtoka Ilona Oleksandrivna — student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: nadtokaworld@gmail.com

Supervisor: **Kovalchuk Maya B.** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com