

ГЕНЕЗИС ПОНЯТТЯ ФРАКТАЛ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У цій роботі досліджено генезис поняття «фрактал», його історичні передумови та розвиток. Окрему увагу приділено внеску Бенуа Мандельброта, який запровадив термін «фрактал» та розвинув концепцію самоподібних структур.

Ключові слова: фрактал, множина Мандельброта, «мистецтво шорсткості».

Abstract

This paper examines the genesis of the concept of "fractal", its historical background and development. Particular attention is paid to the contribution of Benoit Mandelbrot, who introduced the term "fractal" and developed the concept of self-similar structures.

Keywords: fractal, Mandelbrot set, «the art of roughness».

Вступ

Люди здавна захоплюються візерунками, що поєднують мистецтво та науку. У природі існує закономірний зв'язок між візерунками та її структурою, який виявляється у фракталах. Фрактали – це самоподібні, але унікальні структури, що повторюють свої елементи на різних масштабах. Вони продовжуватимуть створювати нескінченно повторювані візерунки з оригінальної форми. Це явище називається самоподібністю. Хоча існують фрактали, які не є симетричними, тому такі фрактали називають квазі-самоподібними (майже подібними).

Результати дослідження

1. Передумови виникнення поняття «фрактал». Об'єкти, які виникають під час побудови фракталів, досліджувались задовго до того, як виник сам термін «фрактал». Ще в 1525 р. німецький митець Альбрехт Дюрер опублікував свою працю "Керівництво Художника", один із розділів якої має назву "Черепичні шаблони, утворені пентагонами". Пентагон Дюрера багато в чому є схожим на один з фракталів. На рис. 1 (а,б,в,г) зображено цей фрактал в першій, другій, третій та четвертій ітераціях відповідно.

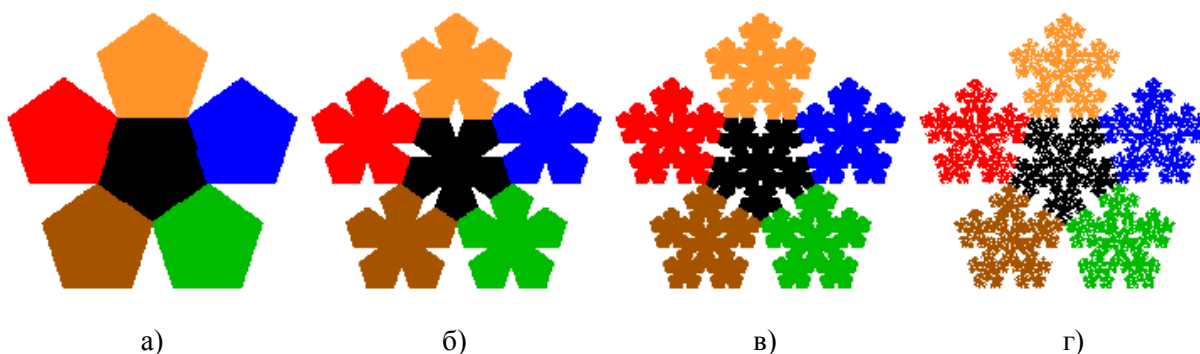


Рисунок 1

Але тоді ніхто не дізнавався про існування таких об'єктів, як фрактали. В будь-якому разі, людству тоді це було не потрібно. Але через більш ніж 300 років дослідження розпочалися знову. Одним з тих, хто досліджував фрактальні об'єкти був німецький математик Георг Кантор. В 1883 році Георг Кантор створив так звану «Множину Кантора». Суть множини Кантора полягає в тому, що це нескінченна множина, побудована шляхом нескінченного видалення середніх частин з відрізків. Тобто, якщо ми маємо відрізок $[0, 1]$, ми ділимо його на три рівні частини і видаляємо середню частину. Потім для кожного залишкового відрізка ми повторюємо цей процес. І цей процес буде тривати нескінченно.

Ще одним видатним науковцем, який досліджувала особливості фракталів був шведський математик Гельге фон Кох. У 1904 році він написав статтю під назвою «*Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire*»[3]. У цій статті він описав криву, яка сьогодні відома як «сніжинка Коха», або «крива Коха». Це фрактал, який побудований на основі нескінченної рекурсії. Крива Коха показує, як прості геометричні ідеї можуть призводити до складних, нескінченних об'єктів. На рис. 2 зображений цей фрактальний об'єкт.

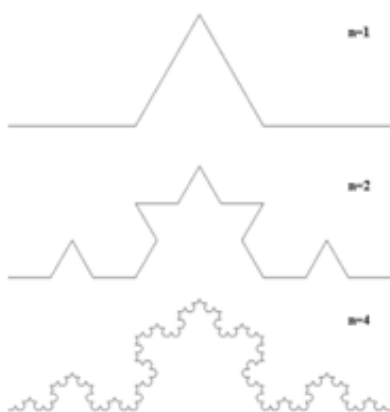


Рисунок 2

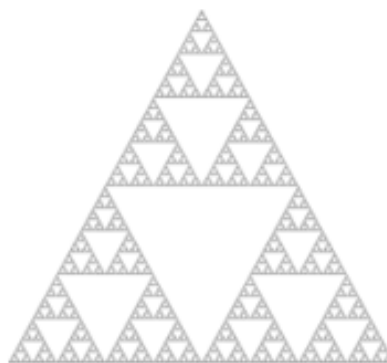


Рисунок 3

Іншим вченим, який також досліджував фрактали був видатний польський математик, доктор філософії та професор Вацлав Серпінський. В 1915 році він запропонував фрактал, який також побудований за допомогою нескінченної рекурсії, що називався «трикутник Серпінського». Трикутник Серпінського — це приклад ще однієї фрактальної фігури, що будується шляхом нескінченного видалення середніх частин рівностороннього трикутника. Ідея полягає в тому, що початково ми починаємо з великого рівностороннього трикутника, розбиваємо його на чотири менші трикутники і видаляємо середній. Потім повторюємо цей процес для кожного з трьох залишених трикутників. В результаті отримуємо структуру, що складається з нескінченної кількості маленьких трикутників, зберігаючи форму початкового трикутника. На рис. 3 зображено цей об'єкт. Ці ідеї фрактальних об'єктів спричинили критику з боку деяких математиків того часу. Вони вважали, що ці підходи, які виходять за межі традиційної математики, порушують усталені уявлення про числові та геометричні структури. Таким чином, хоча роботи Кантора, Серпінського та інших вчених відкрили нові горизонти в математиці, вони стикалися з опором, оскільки їхні ідеї виходили за рамки усталених методів і практик того часу.

2. Введення терміна фрактал та його подальші дослідження. Першим науковцем, що ввів поняття «фрактал» був Бенуа Мандельброт. Мандельброт був франко-американцем польського походження з широкими інтересами до практичних наук. Особливо щодо того, що він назвав «the art of roughness.» На українській це звучить як «мистецтво шорсткості.» Шорсткість — це міра того, наскільки поверхня нерівна. Мандельброт відомий за значний внесок у галузь фрактальної геометрії, яка включала введення слова фрактал, а також розробку «теорії шорсткості та самоподібності» в природі. До того часу математичні об'єкти, що схожі на фрактали, вже були відомі, але їх часто вивчали окремо, без чіткої загальної концепції. В кінці 20 століття, з розвитком комп'ютерних технологій і можливістю проводити чисельні експерименти з нескінченними структурами, Мандельброт зрозумів,

що ці об'єкти мають спільні властивості, і їх можна описати єдиною теоретичною основою, що призвело до введення терміну «фрактал». Він використовував термін «фрактал» від латинського слова «*fractus*», що означає «розбитий» або «розчленований», щоб підкреслити, що ці фігури мають розбиту, фрагментарну структуру.

У 1958 році він розпочав 35-річну кар'єру в IBM, оскільки IBM в той час займалися областями математики, які були цікаві Мандельброту. Завдяки доступу до комп'ютерів IBM, вчений був одним із перших, хто використовував комп'ютерну графіку для створення та відображення фрактальних геометричних зображень, що призвело до відкриття множини Мандельброта в 1980 році. Він показав, як візуальну складність можна повторити за допомогою простих правил. У той час IBM була залучена до передачі комп'ютерних даних через телефонні лінії. Але якийсь білий шум продовжував заважати потоку інформації, порушуючи сигнал. IBM звернулись до Мандельброта, щоб він розглянув цю проблему. Коли математики в усьому світі обертались навколо найпростіших рівнянь ($z = z^2 + c$), Мандельброт використовував потужні на той час комп'ютери, щоб ітерувати рівняння. За допомогою цих комп'ютерів Мандельброт маніпулював числами багато-багато разів. У результаті вийшло утворення незграбної форми, схожої на жука. Але коли Мандельброт придивився ближче, він побачив деталі. Більше того, кожна менша версія містить більше складних деталей ніж у попередній версії. Ця форма та структура, пізніше відома як набір Мандельброта, була надзвичайно складним і красивим прикладом фрактального об'єкта. На рис. 4 зображено множину Мандельброта.

У 1982 році Бенуа Мандельброт публікує книгу під назвою «Фрактальна геометрія природи»[2]. Ця

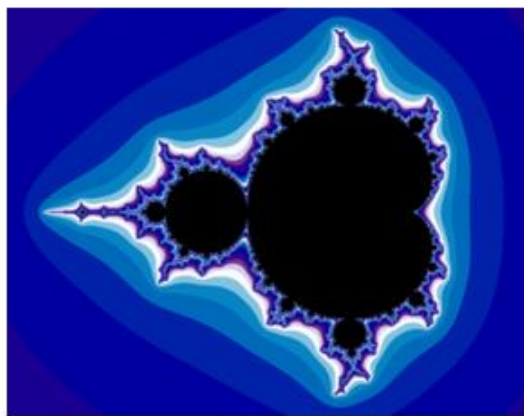


Рисунок 4

книга змінила уявлення про геометрію, відкинувши класичні поняття гладких поверхонь і ліній. Вчений довів, що природні об'єкти часто не піддаються опису традиційними геометричними методами і що їхнє вивчення потребує нової математичної теорії. Книга була не просто математичним дослідженням, а й спробою показати, як фрактальні структури зустрічаються в реальному світі — від форм хмар до берегових ліній і структур в організмах.

3. Сучасне розуміння та застосування фракталів.

Сучасне розуміння фракталів виходить далеко за межі математики — вони стали універсальним інструментом для моделювання складних процесів у природі, технологіях та науці. У фізиці вони використовуються для вивчення турбулентності, електромагнітних полів і

структури Всесвіту. Біологи застосовують фрактальні моделі для вивчення кровоносної системи, нейронних мереж та навіть росту рослин. У географії та екології вони допомагають моделювати рельєфи, кліматичні процеси та розподіл популяцій. Фрактальні алгоритми відіграють важливу роль у комп'ютерній графіці, створюючи реалістичні ландшафти, хмари й текстури у відеоіграх та кіно. В інженерії їх використовують у проектуванні антен, обробці сигналів та компресії зображень. Навіть у мистецтві та музиці фрактали надихають на створення складних композицій. Фрактали дозволяють нам глибше зрозуміти світ і вдосконалювати його.

Висновки

Фрактали є захопливим поєднанням науки та мистецтва, демонструючи закономірності природи через принцип самоподібності. Від відкриття множини Мандельброта до історичних згадок у працях Дюрера — ця концепція розвивалася впродовж століть, виявляючи свою важливість у різних сферах науки та технологій. Незважаючи на те, що ідеальні фрактали існують лише в математичному просторі, наближені фрактальні структури широко зустрічаються в природі. Юджин Вігнер, доктор філософії, лауреат Нобелівської премії, багато років тому написав чудову статтю під назвою «Необґрунтована ефективність математики та природничих наук»[1] і він казав: «Нерозумно, що математика так чудово пояснює фізичний Всесвіт. Математика — наука абстрактна, а Всесвіт є фізичним». Також він сказав: «Важко позбутися враження, що тут нас втішає диво, або два дива: існування законів природи і можливість людського розуму передбачати їх».

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Wigner E. P. «The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences». 1960. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/wigner.pdf>
2. Mandelbrot, Benoit «The fractal geometry of nature». 1982. – Режим доступу до ресурсу: <http://lab.semi.ac.cn/library/upload/files/2019/1/412557940.pdf>
3. Helge von Koch «Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire». 1904. – Режим доступу до ресурсу: <https://arxiv.org/pdf/2210.17320>
4. Eglash, Ron «African Fractals: Modern Computing and Indigenous Design». 2005. – Режим доступу до ресурсу: https://monoskop.org/images/f/fc/Eglash_Ron_African_Fractals_Modern_Computing_and_Indigenous_Design.pdf

Зозуля Владислав Олександрович – студент групи 4 КН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: adunadan12@gmail.com.

Богачук Дмитро Сергійович – студентка групи 4 КН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: bogatchucdmitro2007@gmail.com.

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Zozulya Vladyslav Oleksandrovych – student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: adunadan12@gmail.com.

Bogachuk Dmytro Serhiyovich– student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: bogatchucdmitro2007@gmail.com.

Supervisor: **Kovalchuk Maya B.** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com