

Є.Р. Грушова,
К.В. Походошук,
М.Б. Ковальчук

ПРАКТИЧНІ ЗАСТОСУВАННЯ ФРАКТАЛІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У доповіді розглядаються основні принципи фрактальної геометрії та їх практичне застосування в різних галузях науки і техніки. Фрактали, як геометричні об'єкти, що мають самоподібність у різних масштабах, знайшли своє місце у вирішенні завдань, де традиційні методи не дають ефективних результатів. Доповідь охоплює використання фракталів у комп'ютерній графіці для створення реалістичних зображень, у медицині для аналізу складних структур, таких як судини та тканини, а також у фізиці для моделювання природних явищ. Особливо увага приділяється кількості фракталів у фінансовому аналізі, прогнозуванні навіть у мистецтві.

Ключові слова: фрактальна геометрія, фрактали, самоподібність, комп'ютерна графіка, медицина, фізика, фінансовий аналіз, прогнозування, мистецтво, судини, тканини, природні явища.

Abstract

The report examines the basic principles of fractal geometry and their practical application in various fields of science and technology. Fractals, as geometric objects that are self-similar at different scales, have found their place in solving problems where traditional methods do not provide effective results. The report covers the use of fractals in computer graphics to create realistic images, in medicine for the analysis of complex structures such as vessels and tissues, and in physics for the modeling of natural phenomena. Particular attention is paid to the number of fractals in financial analysis, forecasting, even in art.

Keywords: fractal geometry, fractals, self-similarity, computer graphics, medicine, physics, financial analysis, forecasting, art, vessels, tissues, natural phenomena.

Вступ

Роль фракталів сьогодні досить велика і значна. Вони приходять на допомогу, коли потрібно за допомогою декількох коефіцієнтів задати лінії і поверхні дуже складної форми. Дуже часто, самі не підозрюючи того, що маємо справу з фракталами. Ми звертаємось до геометрії, коли працюємо з формою та розмірами, предметами, їх розміщенням в просторі.

Природні системи настільки складні і нерегулярні, що використання тільки знайомих об'єктів класичної геометрії для їх моделювання є безнадійним. Нерідко те, що спостерігаємо в природі інтригує нас нескінченним повторенням одного і того ж візерунка, збільшеного чи зменшеного у скільки завгодно разів. Теоретично, елемент розгалуження повторюється нескінченно багато разів, стаючи все менше і менше. При побудові моделей, що описують навколишній світ, люди звикли використовувати такі відомі геометричні фігури, як лінія, круг, сфера, квадрат, куб і т.д. Але виявилось, що вони не завжди адекватно описують природні об'єкти. Геометрія Евкліда не здатна описати форму хмар, гір, дерев та інше. Фрактальна наука ще досить молода. Але через здатність описувати предмети та явища з точністю до найдрібніших деталей, вона є перспективним напрямком науки, і тому тема є актуальною. Завдяки цій унікальній властивості, фрактали знайшли широке застосування в різних галузях науки, техніки, мистецтва та навіть повсякденного життя.

Мета роботи – проаналізувати практичне застосування фракталів.

Результати дослідження

1. Побудова ліній та поверхонь за допомогою фракталів. Фрактали є одними з найбільш вражаючих геометричних форм, що мають особливу властивість самоподібності – структура фракталу повторюється на різних масштабах. Фрактали є математичними об'єктами, які демонструють

властивість самоподібності, тобто їхні частини повторюють форму цілого на різних масштабах. Ця властивість робить фрактали надзвичайно корисними для моделювання та побудови складних ліній і поверхонь, особливо тих, що зустрічаються в природі. Одним із класичних прикладів фрактальних ліній є крива Коха. Відмітимо, що одною з основних особливостей **фрактальної кривої Коха** є те, що в кожній точці вона не має похідної, а сама крива і кожна її частина має нескінченну довжину. На рисунку 1, що міститься нижче, зображено наближення **кривої Коха** (крива Коха не має самоперерізів, має нескінченну довжину, володіє властивістю самоподібності) [5].

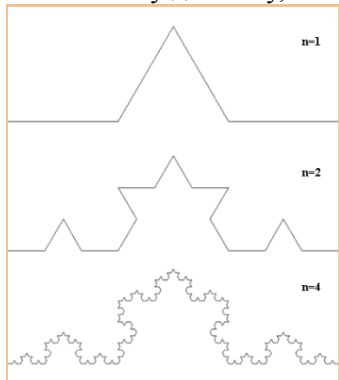


Рисунок 1

Процес її побудови виглядає так: беремо одиничний відрізок, поділяємо на три рівні частини і замінюємо середній інтервал рівностороннім трикутником без цього сегмента. У результаті утворюється ламана, що складається з чотирьох ланок довжини $1/3$. На наступному кроці повторюємо операцію для кожного з чотирьох отриманих ланок і так далі. Гранична крива і є триадною кривою Коха.

При нескінченному повторенні цього процесу отримуємо криву з нескінченною довжиною, яка заповнює площину. Подібні фрактальні криві використовуються для моделювання нерівних берегових ліній, гірських хребтів та інших природних об'єктів зі складними контурами.

На рис. 2 (а,б) видно дві характерних властивості природних фракталів.



а)



б)

Рисунок 2

Ми можемо зміряти довжину берегової лінії тільки приблизно. У міру того як ми зменшуємо масштаб, нам доводиться вимірювати все більше маленьких мисів і бухт - довжина берегової лінії збільшується, і об'єктивної межі зменшенню масштабу (і, тим самим, збільшенню довжини берегової лінії) просто не існує; ми вимушені визнати, що ця лінія має нескінченну довжину. Ми знаємо, що розмірність прямої лінії рівна одному, розмірність квадрата - двом, а розмірність куба - трьом. Мандельброт запропонував використовувати для вимірювання "жахливих" кривих дробу розмірності. Коефіцієнт D називається фрактальною розмірністю. Слово фрактал походить від латинського слова fractal - дріб, нецілий. Множина називається фрактальною, якщо воно має нецілу розмірність. Для Норвегії $D=1,52$, а для Великобританії $D=1,3$. Таким чином, берегова лінія Норвегії і Великобританії - фрактал з фрактальною розмірністю D . Розрахунки були також проведені і для кола, і фрактальна розмірність кола $D=1$, що і слід було чекати. Таким чином, фрактальна розмірність - узагальнення звичайної розмірності.

2. Комп'ютерна графіка та моделювання природи. Фрактали використовуються для моделювання природних ландшафтів, таких як гори, дерева, хмари, річкові системи та берегові лінії. Їхня здатність відтворювати складні структури робить їх ідеальними для створення реалістичних візуальних ефектів у фільмах та відеоіграх. Наприклад, алгоритми, засновані на фракталах, дозволяють створювати детальні ландшафти з мінімальними витратами обчислювальних ресурсів [1].

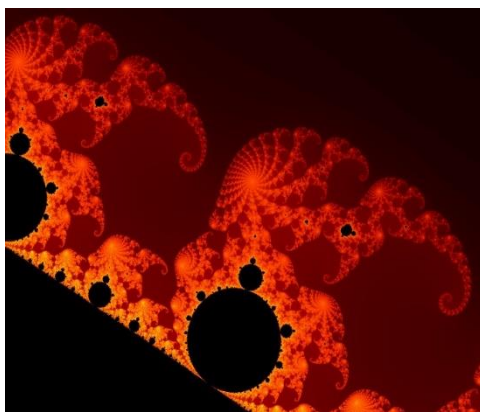
3. Фрактальна компресія даних. Фрактальні алгоритми використовуються для компресії зображень та відео. Замість збереження кожного пікселя зображення, алгоритм визначає фрактальні патерни, що повторюються на різних масштабах, і зберігає їх. Такий метод дозволяє значно зменшити розмір файлу без втрати якості.

4. Медицина та біологія. Фрактальні структури часто зустрічаються в природі, зокрема в біологічних системах. Наприклад, легені людини, кровоносні судини, нервові системи мають фрактальну структуру, що забезпечує ефективне функціонування органів. Вивчення фрактальних властивостей організмів допомагає розробляти нові методи діагностики захворювань. Зокрема, фрактальний аналіз використовується для виявлення ракових пухлин за допомогою аналізу зображень з МРТ та рентгену [2].

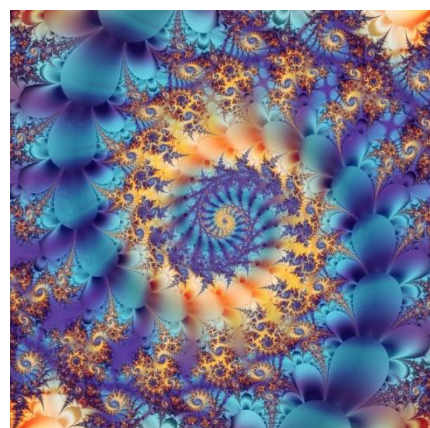
5. Економіка та фінанси. Фінансові ринки також мають певні властивості фракталів, оскільки ціни на акції чи валюти часто демонструють коливання на різних часових масштабах. Математична модель, заснована на фракталах, може допомогти аналізувати поведінку ринків і передбачати певні тренди. Такі моделі застосовуються для управління ризиками та створення торгових стратегій.

6. Телекомунікації та антенні системи. Фрактали використовуються в дизайні антен завдяки їх унікальній структурі, що забезпечує ефективну передачу та прийом сигналів на різних частотах. Фрактальні антени можуть бути компактнішими за традиційні і при цьому мати більший діапазон дії, що робить їх ідеальними для мобільних телефонів та супутникових систем [3].

7. Мистецтво та дизайн. Фрактали вже давно стали джерелом натхнення для художників і дизайнерів. Вони використовуються для створення складних графічних композицій, текстур та елементів дизайну. Математична краса фракталів дозволяє створювати унікальні візуальні ефекти рис.3 (а, б), що привертають увагу та створюють відчуття гармонії [4].



а)



б)

Рисунок 3

Висновки

Фрактали є потужним інструментом для вивчення та моделювання складних систем і структур, що проявляють самоподібність на різних масштабах.

Фрактали допомагають вирішувати практичні задачі, забезпечуючи більш ефективні та точні рішення для моделювання природних явищ, оптимізації ресурсів і передачі даних.

Введення поняття фрактала змінило багато традиційних уявлень про геометрію, а в історії розвитку математики стало переломним моментом.

Завдяки своїй універсальності фрактали стали незамінним інструментом у багатьох галузях людської діяльності, вони допомагають вирішувати практичні задачі і відкривають нові горизонти у розумінні складних структур та процесів, що існують у природі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Фрактали: відкрийте всесвіт нескінченних можливостей [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://bdut.co.ua/pro-nas/fraktaly/>.
2. Фрактали та їх практичне застосування [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://naurok.com.ua/fraktali-ta-h-praktichne-zastosuvannya-naukova-robota-285896.html>
3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В КІБЕРБЕЗПЕЦІ: ФРАКТАЛИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ІНФОРМАЦІЙНІЙ ТА КІБЕРНЕТИЧНІЙ БЕЗПЕЦІ [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://csecurity.kubg.edu.ua/index.php/journal/article/view/94>
4. Фрактали [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%_)
5. Азовське море. Матеріали з Вікіпедії–вільної енциклопедії [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B5_%D0%BC%D0%BE%D1%80%D0%B5

Грушова Єва Русланівна – студентка групи 4КН-246, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: evagrusovaa@gmail.com

Походюк Катерина Валентинівна – студентка групи 4КН-246, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: katerinapohodosuk@gmail.com

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Eva Ruslanivna Grushova – student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: evagrusovaa@gmail.com

Katerina Valentynivna Pokhodoshchuk – student of group 4KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: katerinapohodosuk@gmail.com

Supervisor: **Kovalchuk Maya B.** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com