

Б. О. Рибак¹
Б. А. Янківська¹
М. Б. Ковальчук¹

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ: ВІД ДЕКАРТА ДО СУЧАСНОСТІ

¹Вінницький національний технічний університет

Анотація

У цій роботі розглядається історія розвитку аналітичної геометрії від її зародження в працях Рене Декарта та П'єра Ферма до сучасного стану. Проаналізовано внесок видатних математиків, таких як Ейлер, Лагранж та Гаусс, у формування методів координатного аналізу. Особлива увага приділена ролі алгебраїчної геометрії, розвитку багатовимірних просторів та застосуванню аналітичної геометрії в сучасних технологіях, зокрема в комп'ютерній графіці, штучному інтелекті та фізиці.

Ключові слова: аналітична геометрія, координатний метод, алгебраїчна геометрія, Декарт, сучасні застосування.

Abstract

This paper explores the history of analytic geometry from its origins in the works of René Descartes and Pierre de Fermat to its modern developments. The contributions of prominent mathematicians such as Euler, Lagrange, and Gauss in shaping coordinate analysis methods are examined. Special attention is given to the role of algebraic geometry, the development of multidimensional spaces, and the applications of analytic geometry in modern technologies, including computer graphics, artificial intelligence, and physics.

Keywords: analytic geometry, coordinate method, algebraic geometry, Descartes, modern applications.

Вступ

Аналітична геометрія пройшла значний шлях розвитку від Декарта та Ферма до сучасних математичних теорій. Вона змінила підхід до вивчення геометричних об'єктів, поєднавши їх із методами алгебри. Подальший розвиток цієї науки сприяв появі нових напрямів, зокрема алгебраїчної геометрії, диференціальної геометрії та застосувань у фізиці й техніці [1]. На сучасному етапі аналітична геометрія є одним із фундаментальних розділів математики, що поєднує геометричні методи з алгебраїчними засобами дослідження а також є основою для багатьох математичних теорій, а й знаходить застосування в інженерії, фізиці, комп'ютерних науках, робототехніці та штучному інтелекті.

Її засновником вважають Рене Декарта, який у XVII столітті запропонував координатний метод, що дозволив описувати геометричні об'єкти алгебраїчно. Водночас значний внесок зробив П'єр Ферма [5], розвиваючи ідеї аналітичного підходу. Згодом ця галузь розширювалася завдяки працям таких видатних учених, як Ейлер, Лагранж і Гаусс.

Результати дослідження

1. **Формування основ аналітичної геометрії. Роль Рене Декарта та П'єра Ферма.** Аналітична геометрія бере свій початок у XVII столітті, коли французькі математики Рене Декарт та П'єр Ферма незалежно один від одного заклали її основи. Декарт у своїй праці «Геометрія» (1637) вперше запропонував використання координат для опису геометричних фігур, що дозволило пов'язати алгебру з геометрією [2]. Він увів поняття декартової системи координат, що стало революційним кроком у математиці. Водночас Ферма працював над аналітичними методами дослідження кривих, що також сприяло формуванню аналітичної геометрії. Їхні ідеї започаткували новий напрям у математиці, що дозволив геометрам і фізикам зручніше оперувати геометричними об'єктами.

2. **Розвиток аналітичної геометрії у XVIII столітті.** У XVIII столітті аналітична геометрія зазнала значного розвитку завдяки працям Леонарда Ейлера, який розширив методи координатного

аналізу та зробив внесок у вивчення конічних перерізів і поверхонь. Його роботи стали основою для подальших досліджень багатовимірних просторів. Жозеф-Луї Лагранж [4] застосував аналітичні методи до механіки, що дало поштовх для розвитку варіаційного числення, яке стало важливим інструментом у фізиці та інженерії.

3. **Досягнення у XIX столітті.** У XIX столітті Карл Фрідріх Гаусс зробив прорив у диференціальній геометрії [4], що стало основою для подальшого розвитку багатовимірної аналітичної геометрії та топології. Вплив Гаусса простежується в численних сучасних дослідженнях, зокрема в загальній теорії відносності та диференціальній топології.

4. **Розширення дисципліни наприкінці XIX – початку XX століття.** Наприкінці XIX – на початку XX століття аналітична геометрія значно розширилася завдяки розвитку алгебраїчної геометрії. Ця галузь досліджує властивості геометричних об'єктів через рішення систем алгебраїчних рівнянь. Важливий внесок зробили Давид Гільберт, Анрі Пуанкаре та Оскар Царіський, які заклали основи сучасної теорії інваріантів та багатовимірних просторів. У XX столітті була розроблена теорія многовимірних просторів [3], що сприяло розвитку загальної теорії відносності, квантової механіки та багатьох інших фізичних і математичних дисциплін. Це дозволило перейти від класичного розуміння простору до нових математичних моделей, що використовуються в сучасній теоретичній фізиці.

5. **Сучасні застосування аналітичної геометрії у XXI столітті.** У XXI столітті аналітична геометрія залишається важливою дисципліною, що знаходить застосування в різних галузях науки і техніки. Зокрема, вона відіграє ключову роль у комп'ютерній графіці, де використовується для тривимірного моделювання, анімації та віртуальної реальності. У штучному інтелекті та машинному навчанні геометричні методи застосовуються в розпізнаванні образів, аналізі даних та алгоритмах кластеризації [1]. У фізиці та астрономії аналітична геометрія використовується для дослідження космічних об'єктів, загальної теорії відносності та квантової механіки. Крім того, вона має велике значення в інженерії та робототехніці, зокрема у створенні геометричних моделей механізмів, архітектурних конструкцій та автоматизованих систем.

6. **Перспективи подальшого розвитку.** Подальший розвиток аналітичної геометрії пов'язаний з інтеграцією новітніх математичних підходів [3], зокрема теорії категорій, диференціальної геометрії та обчислювальної математики. Нові напрями досліджень спрямовані на оптимізацію алгоритмів обробки великих даних, розвиток квантових обчислень та покращення технологій штучного інтелекту. Особливо важливими є застосування аналітичної геометрії у топологічному аналізі даних, що допомагає виявляти приховані закономірності у великих масивах інформації.

Висновки

Таким чином, аналітична геометрія продовжує залишатися ключовою галуззю математики, що не лише розширює теоретичні основи науки, а й має широке практичне застосування в сучасному світі. Її методи допомагають у розв'язанні складних задач в різних сферах, від фундаментальної фізики до прикладного програмування, забезпечуючи ефективні засоби моделювання та аналізу просторових структур.

Сьогодні аналітична геометрія залишається важливим інструментом у різних сферах – від комп'ютерної графіки до штучного інтелекту та астрофізики. Її методи допомагають аналізувати просторові структури, створювати математичні моделі та розв'язувати складні наукові задачі.

З огляду на інтеграцію аналітичної геометрії в сучасні технології та дослідження, її подальший розвиток виглядає неминучим. Новітні математичні підходи, такі як квантові обчислення та аналіз великих даних, продовжать удосконалювати її методи та розширювати сфери застосування. Тому аналітична геометрія залишатиметься не лише основною галуззю математики, а й важливим рушієм наукового прогресу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Encyclopedia Britannica. *Analytic Geometry* [Electronic resource] - Access mode: <https://www.britannica.com/science/analytic-geometry>
2. Descartes R..(2001). *Discourse on Method, Optics, Geometry, and Meteorology* [Electronic resource] - Access mode: https://archive.org/details/discourseonmetho0000desc_u6c9

3. Boyer C.B. (1956). *The History of Analytic Geometry* [Electronic resource] - Access mode: <https://archive.org/details/historyofanalyti0000boye/page/n5/mode/2up>
4. Gauss C. F. (1801). *Disquisitiones Arithmeticae* [Electronic resource] - Access mode: <https://archive.org/details/historyofanalyti0000boye/page/n5/mode/2up>
5. Fermat P. (1636). *Method for Finding Maxima and Minima and Tangents to Curved Lines* [Electronic resource] - Access mode: https://digitalcommons.ursinus.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=011&context=triumphs_calculus

Рибак Богдана Олександрівна — студентка групи 2 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,, e-mail: haharin06@gmail.com

Янківська Богдана Анатоліївна — студентка групи 2 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,, e-mail: bjankivska@gmail.com

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Rybak Bohdana Olexandrivna — student of group 2 KN-24 b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: haharin06@gmail.com

Yankivska Bohdana Anatoliivna — student of group 2 KN-24 b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: bjankivska@gmail.com

Supervisor: **Kovalchuk Maya B.** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95 e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com