

НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ЗА ДОПОМОГОЮ GEOGEBRA

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У цій роботі розглядається одне з ключових понять математичного аналізу – невизначений інтеграл. Інтегрування є оберненою операцією до диференціювання і широко використовується в математичних дослідженнях, фізиці, інженерних дисциплінах та економіці. Наведено основні означення та методи обчислення невизначених інтегралів. Особливу увагу приділено візуалізації інтегралів як ефективному інструменту для кращого розуміння процесу інтегрування та застосування цього підходу в навчанні. В роботі також описані можливості використання сучасних програмних засобів для графічного представлення інтегралів та аналізу їхніх властивостей.

Ключові слова: невизначений інтеграл, візуалізація, інтегрування, Geogebra.

Abstract

This paper considers one of the key concepts of mathematical analysis - the indefinite integral. Integration is the inverse operation of differentiation and is widely used in mathematical research, physics, engineering disciplines and economics. The main definitions, properties and methods of calculating indefinite integrals are given. Particular attention is paid to the visualization of integrals as an effective tool for a better understanding of the integration process and the application of this approach in teaching. The paper also describes the possibilities of using modern software tools for graphical representation of integrals and analysis of their properties.

Keywords: indefinite integral, visualization, integration, Geogebra.

Вступ

Інтегральне числення є однією з основних частин вищої математики, що має широкий спектр застосувань у різних наукових і технічних галузях. Воно дозволяє знаходити первісні функції, визначати площі під кривими, аналізувати зміну фізичних величин і вирішувати диференціальні рівняння.

Одним із фундаментальних понять інтегрального числення є невизначений інтеграл, який є оберненою операцією до диференціювання. Якщо відома похідна функції, то за допомогою інтегрування можна відновити саму функцію з точністю до сталої. Оволодіння методами інтегрування є необхідною навичкою для розв'язання багатьох задач вищої математики, фізики та технічних дисциплін.

Для кращого розуміння процесу інтегрування важливим є візуальний підхід до його вивчення. Графічне представлення невизначених інтегралів допомагає побачити взаємозв'язок між функцією та її первісною, що сприяє більш глибокому засвоєнню матеріалу. В сучасних умовах широко використовуються комп'ютерні програми, такі як GeoGebra, Wolfram Alpha, MATLAB, які дозволяють візуалізувати інтеграли, спрощуючи навчальний процес.

Основна частина

Розглянемо невизначений інтеграл за допомогою Geogebra.

Приклад.

$$f(x) = \int \frac{x}{x^2+1} dx$$

1. Метод поділу многочлена

Розглянемо невизначений інтеграл:

$$F(x) = \int (x^4 / (x+1)) dx$$

Оскільки чисельник має вищий степінь, ніж знаменник, поділимо x^4 на $x+1$.

Після ділення отримаємо:

$$x^4 / (x+1) = x^3 - x^2 + x - 1 + 1/(x+1)$$

2. Інтегрування кожного доданка

$$\int x^3 dx = x^4/4$$

$$\int -x^2 dx = -x^3/3$$

$$\int x dx = x^2/2$$

$$\int -1 dx = -x$$

$$\int (1/(x+1)) dx = \ln|x+1|$$

Отже, первісна функція:

$$F(x) = x^4/4 - x^3/3 + x^2/2 - x + \ln|x+1| + C$$

3. Аналіз розв'язку та візуалізація за допомогою Geogebra

Графічне представлення допомагає зрозуміти поведінку функції. Можна побудувати графіки оригінальної функції $f(x) = x^4 / (x+1)$ та її первісної $F(x)$. Візуалізація дозволяє побачити, як зміна $f(x)$ впливає на її первісну. Графік початкової функції можемо побачити на рис.1.

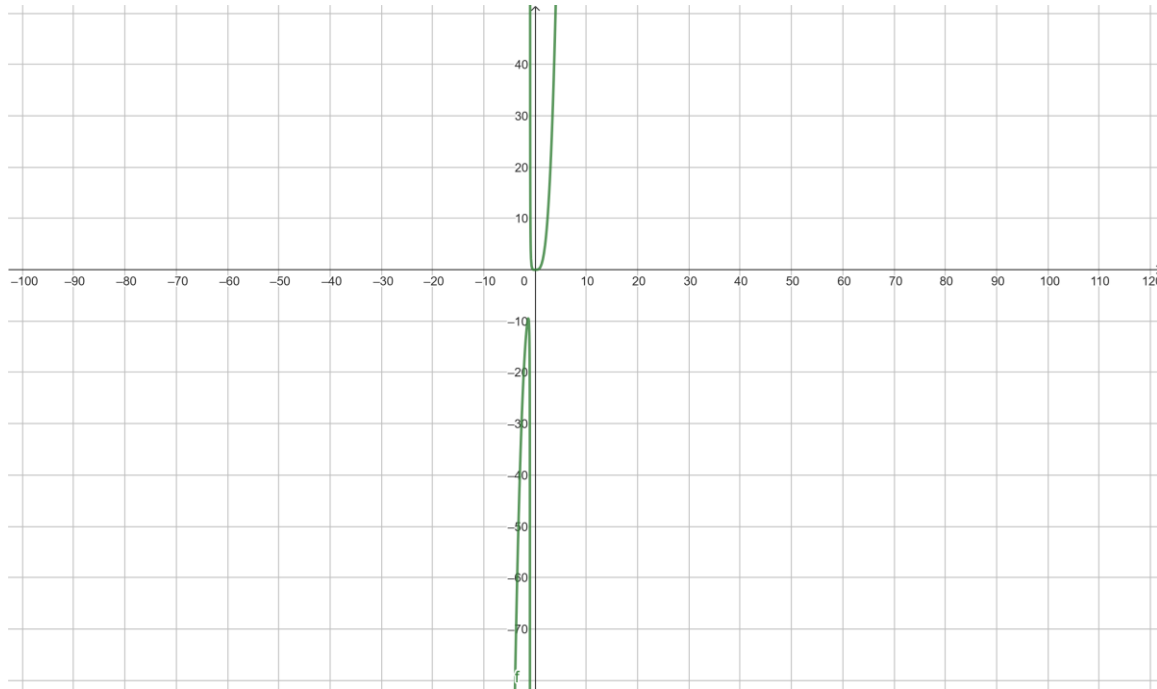


Рис. 1. Графічне представлення розв'язку невизначеного інтеграла

Висновок

Невизначений інтеграл є одним із ключових понять вищої математики, що використовується для знаходження первісної функції. У даній роботі було розглянуто метод розв'язку інтегралу $f(x) = \int \frac{x^4}{x^2+1} dx$ який потребував попереднього поділу многочлена в чисельнику на знаменник. Це дозволило спростити інтеграл до суми простіших виразів, кожен з яких легко інтегрується за відомими правилами.

Отримана первісна функція показує залежність накопиченого ефекту змін функції $f(x)$ і дозволяє краще розуміти поведінку досліджуваної математичної моделі. Візуалізація інтегралу є корисним інструментом для аналізу, оскільки дозволяє побачити, як змінюється площа під графіком функції та її первісної.

Застосування методів інтегрування важливе не лише в теоретичній математиці, а й у фізиці, інженерії, економіці та багатьох інших галузях. Даний приклад демонструє один із підходів до обчислення інтегралів, що допомагає розвинути навички роботи з аналітичними методами розв'язку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Клеопа І.А. Застосування ІГС GeoGebra при вивченні вищої математики студентами технічних закладів вищої освіти [Текст] / Науковий вісник Кременецької обласної гуманітарно-педагогічної академії ім. Тараса Шевченка. Серія «Педагогічні науки» / за заг. ред. В. Є. Бенери. – Одеса : Видавничий дім «Гельветика», 2022. – Вип. 14. – С. 40-48.
2. Клеопа І. А. Цифрові технології при вивченні вищої математики під час змішаного навчання студентами комп'ютерної галузі технічних ЗВО [Текст] / І. А. Клеопа, В. А. Петрук // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2023. – Випуск 1(138). – С. 137-142.
3. Першина Ю. І., Прищенко О. П., Черемська Н. В., Черногор Т. Т. «Невизначений та визначений інтеграли: навчально-методичний посібник». Харків: Друкарня Мадрид, 2022.
4. Лінник Г. Б., Морачковська І. О., Руднева Г. В. «Методичні вказівки для самостійної роботи за темою: «Невизначені інтеграли» з курсу «Вища математика». Харків: Секішова Т. Є., 2021.

Бондар Олександр Сергійович – студент групи 1БКС-246, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: sashabondar1405@gmail.com.

Науковий керівник: **Клеопа Ірина Анатоліївна** – PhD, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, paceka08@vntu.edu.ua.

Bondar Oleksandr – student, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: sashabondar1405@gmail.com.

Supervisor: **Klieopa Irina A.** – PhD (in Pedagogical Sciences), Docent, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, paceka08@vntu.edu.ua.