

## ДЕЯКІ МЕТОДИ ПОБУДОВИ МАГІЧНИХ КВАДРАТІВ

<sup>1</sup> Комунальний заклад «Вінницький ліцей №4»

<sup>2</sup> Вінницький національний технічний університет

### Анотація

Магічні квадрати є не тільки фундаментом у плануванні експериментів, але широко застосовуються у сільському господарстві, криптографії, є основою багатьох ігор для розвитку ерудованості, використовуються в комбінаториці. В даній роботі розглянуто деякі методи їх побудови.

**Ключові слова:** магічний квадрат, сіамський метод, метод Баше, метод Раусс-Болла.

### Abstract

*Magic squares are not only the foundation in planning experiments, but are widely used in agriculture, cryptography, are the basis of many games for developing erudition, and are used in combinatorics. This paper considers some methods of their construction.*

**Key words:** . magic square, Siamese method, Bashed method, Rouss-Ball method.

### Вступ

Швидкість розвитку сучасних технологій вражає своїми масштабами, однак у багатьох аспектах життя залишилось чимало невирішених питань. Наприклад, магічний квадрат, про який відомо багатьом від школярів до дорослих, насправді приховує чимало таємниць. А питання щодо проблем латинських квадратів, які є окремим випадком магічних квадратів, посідає одне з центральних місць серед проблем сучасної статистики.

У 1925 році Р. Фішер запропонував використання латинських квадратів для планування сільськогосподарських експериментів. Латинський квадрат з тих пір часто використовувався в плані експерименту, а результати були обчислені та інтерпретовані за допомогою дисперсійного аналізу. [1, 2]. Магічні квадрати є не тільки фундаментом у плануванні експериментів, але широко застосовуються у сільському господарстві, криптографії, є основою багатьох ігор для розвитку ерудованості, використовуються в комбінаториці, тому можливість побудови квадратів довільної розмірності буде цікавим для подальших теоретичних досліджень та може знайти широке практичне застосування.

### Результати дослідження

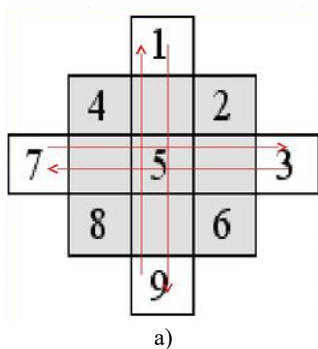
Магічний квадрат – це квадратна таблиця з різними натуральними числами в клітинках, у якої суми чисел уздовж будь-якого рядка, будь-якого стовпця і будь-якою з двох діагоналей рівні одному і тому ж числу [3].

Загальний метод побудови квадратів невідомий, хоча широко застосовуються різні приватні алгоритми. Найбільш відомими є методи Баше, Раус-Болла та Сіамський метод.

Найпростіший прийом складання магічних квадратів непарного порядку, тобто квадратів з будь-якого непарного числа клітин :  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$  і т. п., придумав в XVII столітті французький математик Клод Гаспар Баше.

Отже, приступимо до складання 9-клітинного магічного квадрата ( $3 \times 3$ ) за способом Баше.

- 1) Квадрат доповнюється допоміжними клітинами з чотирьох сторін «драбинкою» або «терасами» (див. рис. 1).
- 2) Послідовні числа від 1 до  $n^2$  виписуються ряд за рядом в напрямку, паралельному одній з діагоналей квадрата.
- 3) Числа, які опинилися за рамками квадрата, потрібно ввести всередину. Для цього «тераси» подумки вставляємо в квадрат так, щоб вони приєдналися до протилежних сторін квадрата.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

б)

Рисунок 1. – Побудова магічного квадрату за методом Баше

Магічні квадрати непарного порядку також можна побудувати за допомогою методу французького геометра XVII ст. Аде ла Лубера (сіамський метод). Розглянемо цей метод на прикладі квадрата 3-го порядку.

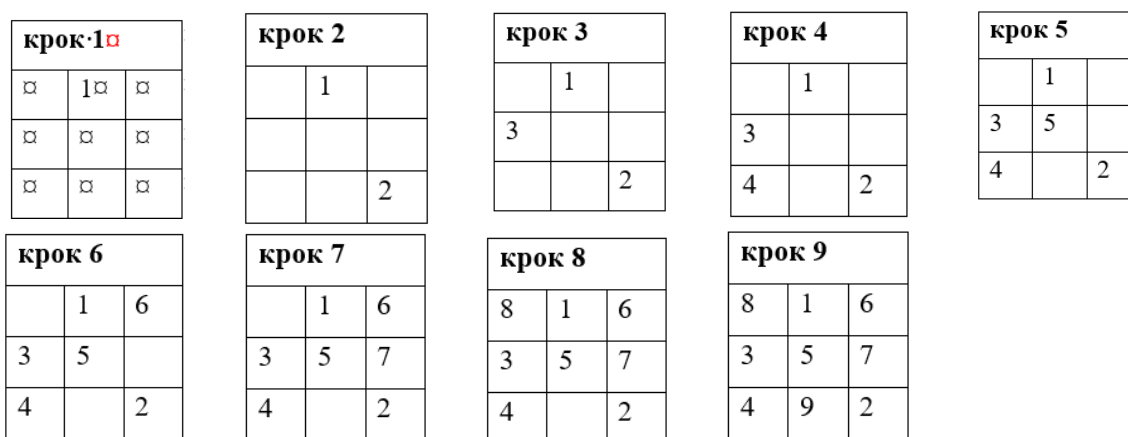


Рисунок 2. – Побудова магічного квадрату сіамським методом

Метод Раус-Болла розпочинається з того, що квадрат заповнюється зліва направо і зверху вниз числами від 1 до  $n^2$  в їх природному порядку. Потім виконуються перестановки чисел в деяких клітинах, після чого квадрат стає магічним. Спочатку розглянемо випадок, коли після ділення квадрата на чотири рівні частини, кожна з них стає квадратом парного порядку. Для прикладу візьмемо квадрат 8-го порядку.

1. Розділимо заповнений числами від 1 до 64 квадрат на чотири рівні квадрати (див. рис. 3).

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Рисунок 3. – Перший крок побудови магічного квадрату методом Раус-Болла

2. У кожному рядку і стовпці верхнього лівого квадрата близько 4 відмітимо 2 клітини (всього 8 клітин). Це можна зробити, застосувавши "шаховий" порядок.

3. Для кожної з відмічених клітин відмітимо симетричну їй відносно вертикальній осі клітину. Вміст кожної з відмічених клітин переставимо з вмістом відповідної центрально-симетричної їй клітини. Після цих перестановок вийде магічний квадрат. Сума його елементів дорівнює 260 (див. рис. 4)

1	63	3	61	60	6	58	8
56	10	54	12	13	51	15	49
17	47	19	45	44	22	42	24
40	26	38	28	29	35	31	33
32	34	30	36	37	27	39	25
41	23	43	21	20	46	18	48
15	50	14	52	53	11	55	9
57	7	59	5	4	62	2	64

Рисунок 4. – Можливий магічний квадрат восьмого порядку

### Висновки

В роботі розглянуто популярні методи побудови магічних квадратів. Різниця між магічними та латинськими квадратами полягає у тому, що магічні квадрати складаються з  $n^2$  послідовних чисел, а латинські квадрати складають з  $n$  послідовних чисел. Незважаючи на те, що власне магічні квадрати не знайшли широкого застосування в науці і техніці, вони спонукали на заняття математикою безліч непересічних людей і сприяли розвитку інших розділів математики: теорії груп, визначників, матриць. Латинські квадрати знайшли застосування в математиці і в її додатках при постановці й обробці результатів експериментів.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. CD BioSciences, Режим доступу: <https://www.cd-clintrial.com/latin-square-design/> (дата звернення 02.05.2025).
2. Nada Lakić The application of latin square in agronomic research / Journal of Agricultural Sciences, Vol. 46, No 1. – 2001, P. 71-77.
3. Філіпповський, Г. Квадрат як екстремальна фігура /Г. Філіпповський *Математика в школі.* – 2010. – № 6. – С. 31–34.

**Левицький Олексій Сергійович**, комунальний заклад «Вінницький ліцей №4», учень 8 класу, [alexlev0909@gmail.com](mailto:alexlev0909@gmail.com)

**Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, [skn1901@gmail.com](mailto:skn1901@gmail.com)  
 Науковий керівник: **Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, [skn1901@gmail.com](mailto:skn1901@gmail.com)

**Levytskyi Oleksiy S.** municipal institution "Vinnytsia Lyceum №4", 8th grade student, [alexlev0909@gmail.com](mailto:alexlev0909@gmail.com)

**Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V.** Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, [skn1901@gmail.com](mailto:skn1901@gmail.com)

Supervisor: **Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V.** - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, [skn1901@gmail.com](mailto:skn1901@gmail.com)