

Прикладання сучасних числових методів до визначення НДС наземної та підземної частин будівлі

Вінницький національний технічний університет

Анотація. В роботі наводиться теоретичні основи дослідження НДС споруди за МСЕ та роботи фундаментних конрукцій за сучасним числовим методом граничних елементів (МГЕ).

Ключові слова. Числові метод скінчених елементів, метод граничних елементів, напружено-деформований стан.

Abstract. In the work on MSE and MGE, the behavior of the above-ground and underground parts of the building was modeled.

Key words. Numerical finite element method, boundary element method, stress-strain state.

ВСТУП

Зростаючі запити будівельної практики ведуть до ускладнення прикладних задач. Числовий експеримент дозволяє описати найважливіші види поведінки матеріалу, записати математичну модель, яка перевіряється за допомогою експериментів. На значних товщах просадкових ґрунтів і на теперішній час використовуються плитні фундаменти, які дозволяють в любий період року проводити спорудження фундаментів.

Тема тез присвячена актуальній проблемі фундаментобудування та механіки ґрунтів – пружно-пластичному моделюванню сумісної роботи системи «ґрунтова основа – фундаментна конструкція» з метою визначення несучої спроможності фундаменту для забезпечення стійкості і малопросадковості споруди, тим самим уникнути її можливого нерівномірного просідання чи руйнування. Наявність пор в трифазових ґрунтах дає можливість отримувати свободу руху. З місць тимчасової дислокації частинки ґрунту можуть переміщуватись в пори. Головною характерною особливістю поведінки ґрунту є те, що їх деформація супроводжується пластичним деформуванням практично з самого початку їх навантаження, що потребує при розрахунку ґрунтових основ використання сучасної теорії пластичної течії.

В тезах для визначення НДС будівлі використано числові МСЕ, МГЕ. Основою МСЕ є метод розв'язку краєвих задач континуальної механіки, завданих системою диференційних рівнянь в частинних похідних 15-го порядку. При цьому, за допомогою дискретизуючої скінченими елементами (СЕ) апроксимації вихідні рівняння перетворюються в систему алгебраїчних рівнянь першого порядку з великим числом невідомих, яку розв'язати набагато простіше.

Багато фізичних рівнянь зводяться до краєвих задач з частинними похідними. Тому область застосування методу МСЕ дуже широка.

При використанні МСЕ краєві задачі у рівняннях з частинними похідними перетворюються у варіаційні, що дозволяє в межах прийнятої апроксимації шукати оптимальні рішення.

Основним принципом в МСЕ є принцип найменшої дії Лагранжа: дійсна траєкторія руху буде та, на якій повна потенціальна енергія системи буде мати найменше значення.

Дослідна задача розбивається на скінчені елементи (СЕ), тобто, використовується ідея Пуассона про розбиття складної задачі на складові. Середовище подається як сукупність СЕ малих розмірів. Переміщення, напруження кожного СЕ виражаються через переміщення, реактивні сили на його кінцях. СЕ пов'язані у вузлових точках (вузлах). Об'єднання СЕ в одну систему здійснюється записом рівнянь рівноваги для вузлів, де прикладаються реакції взаємодії (внутрішні напруження в місцях стиковки). Кінці СЕ переміщуються разом із вузлами, забезпечуючи нерозривність деформацій. НДС всієї моделі визначається

переміщеннями у вузлових точках. Такі моделі називають дискретними, тобто, проводиться дискретизація дослідної задачі.

Наступним етапом є запис рівняння рівноваги для кожного СЕ (Ньютон, 17 століття), оскільки наша споруда має бути в рівновазі. Для реальної будівлі 7-9 поверхів отримуємо СЛАР приблизно порядку 900–1200. Зараз пошук коренів СЛАР ми віддаємо на ЕОМ, яка робить 4–5 мільйонів операцій в секунду. Людина не в змозі так швидко робити арифметичні дії.

Для міцнісного аналізу конструкцій будівельних споруд популярні нинішні програмні комплекси ЛРА–САПР та SCAD. Ці програми стали світовим стандартом для систем базового рівня.

Компонування розрахункової схеми – це завжди компроміс. Розрахункову схему споруд компонують із стержнів, пластин, оболонок (завдяки їх вивченості це дає можливість передбачити їх поведінку). Спрощене, ідеалізоване зображення реальної споруди, що присутнє в розрахунку замість самої споруди – це розрахункова схема.

Розрахункова схема відрізняється від самої споруди вилученням несуттєвих особливостей. Етап вибору розрахункової схеми найважливіший. До методів схематизації відносяться: ідеалізація матеріалу у вигляді суцільного однорідного середовища; подання елементів будівлі у вигляді набору стандартних скінченних елементів (СЕ) – стержнів, пластин чи оболонок, поєднаних вузлами; ідеалізація форми зовнішніх сил.

В тезах для розрахунку фундаментної конструкції використано числовий МГЕ [1,2], в якому розрахункова система континуальної механіки із 15 диференціальних рівнянь в частинних похідних (рівняння статичні, геометричні, фізичні) зведена К. Бреббія [1] до інтегрального рівняння Вольтера другого порядку, яке потребує дискретизації лише границі дослідного об'єкта і значно зменшує число вузлових точок.

Числовий МГЕ потребує використання ЕОМ і, що є загальним для наближених числових методів, зводить розрахункові рівняння до розв'язків СЛАР високих порядків (запис статичних, геометричних, фізичних рівнянь подано в позначеннях Ейнштейна):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги; $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

При розгляді нелінійної задачі інтегральне рівняння, отримане К. Бреббія [1,2], набуває вигляду:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega, \quad (2)$$

де, u – заданий вектор переміщень на контактній границі фундаментної конструкції з ґрунтом;

p – шуканий вектор напружень на границі;

u^* , p^* , σ^* – ядра граничного рівняння [1,2] чи функції впливу МГЕ, це двоточкові функції, їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля півпростору в напрямку «i» (точка нагляду) від сили $P = 1$, прикладеної в «j» –му напрямку (джерелі) – прийнято фундаментальні рішення P . Міндіна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним взбуджуючим впливам ($P=1$) в півпросторі [2].

Ядра інтегрального рівняння характеризують собою дослідне середовище; C_{ij} – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого;

Γ , ξ , x , Ω – відповідно: – гранична поверхня фундаментної конструкції, точка збурення, точка нагляду, та границя трикутних осередків активної зони ґрунту [1,2].

Наявність фундаментального рішення дуже важливо з практичної точки зору для числової реалізації задачі за МГЕ. Вибором фундаментального рішення, що задовільняє граничній умові на границі Γ , можна обійтись без дискретного подання цієї границі, що значно знижує об'єм розрахункової роботи,

необхідної для рішення задачі. МГЕ був напрацьований в Саутхемптонському університеті на основі проведених там досліджень по методах розв'язку класичних інтегральних рівнянь в скінчених елементах.

При використанні МГЕ розмірність задачі зменшується на одиницю, оскільки проводиться апроксимація лише границі дослідної області. У використанні в тезах нелінійної моделі прийнято, що площадка граничної рівноваги (текучості) співпадає з октаедричною (площадкою мобілізацій дотичних напружень), а умова текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна пов'язує σ_m з T [3,4], (рис. 1):

$$f = \begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \leq p_0; \\ f = T + p_0 \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases} \quad (3)$$

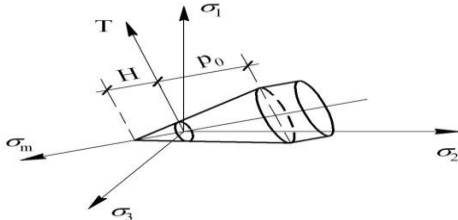


Рисунок 1 – Модифікований критерій текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна

В пружній області роботи ґрунту прирости пружних деформацій $d\epsilon_{ij}^e$ визначались із закону Гука. Для визначення приростів деформацій пластичного відгуку ґрунтів використано неасоційований закон пластичної течії [3,4]. В якості фізичного рівняння в моделі використана дилатансійна умова :

$$d\epsilon_{ij}^p = \lambda dF / d\sigma_{ij}, \quad (4)$$

яка в сполученні з рівняннями рівноваги і критерієм текучості приводить до статично визначеної задачі. F – пластичний потенціал, така функція напружень, частинна похідна від якої по σ_{ij} пропорційна приросту пластичних деформацій $d\epsilon_{ij}^p$.

Пластичні деформації ґрунту визначались як сума їх на попередніх кроках навантаження та приросту пластичних деформацій на текучому кроці навантаження:

$$\epsilon^p = \sum d\epsilon^p + d\epsilon^p \delta, \quad (5)$$

де δ - дельта Кронекера. Приріст пластичних деформацій на даному текучому кроці навантаження:

$$d\epsilon^p = d\epsilon^p_{шар} + d\epsilon^p_{дев}, \quad (6)$$

де $d\epsilon^p_{шар}$ - приріст пластичних деформацій від шарового тензора напружень; $d\epsilon^p_{дев}$ - приріст пластичних деформацій від девіатора напружень.

$$d\epsilon^p_{шарове} = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p, \quad (7)$$

де $d\epsilon^p_{шарове}$ - приріст непружних змін об'єму, що супутні зсуву, $d\gamma^p$ - приріст інтенсивності зсуву,

$$\Lambda = \frac{d\epsilon_v}{d\gamma} - \text{швидкість дилатансії} - \text{додатковий параметр неасоційованої моделі}$$

пластичної течії, де Λ – коефіцієнт дилатансії, який може приймати як позитивні (дилатансія), так і від'ємні (контракція) значення [3,4]. $d\lambda$ - параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту).

Згідно наведених етапів математичної моделі розрахунку фундаментної конструкції за числовим МГЕ проведено дослідження процесу деформування фундаментної плити будівлі в м. Вінниці по вулиці Пірогова, 89-А.

Математична модель дає можливість установлення зв'язку між різними параметрами системи, дає основу для числового аналізу, за допомогою якого можна отримати данні прогнозного характеру та управляти протіканням процесу.

Модель має враховувати широкий набір властивостей реальних ґрунтів, а також його дискретність (зернистість). Адже одна із найбільших закономірностей ґрунту – **дилатансія** (від англійського dilate – розширяться) та **контракція** (від англійського – contract – стискуватись) –

явища зміни об'єму при зсуві (повертання та переупакування зерен ґрунту на поверхнях зрушення, перебудова структури).

Розрахункова схема будівлі в м. Вінниці по вулиці Пірогова, 89-А наведена на рис. 2. Компактність будівлі в плані (рис. 2) і відносно сприятливі інженерно-геологічні умови: $E=15058$ кПа; $\nu=0,3$; $\rho=1,8811$ т/м³; $\phi=0,2973$ рад.; $c=14,202$ кПа, на глибині 6,5 м – дресвяний ґрунт з пісчаним заповнювачем, $R_0=20$ МПа) будівельного майданчика дозволили розглядати варіант улаштування фундаментів на природній основі (суцільної монолітної залізобетонної плити).

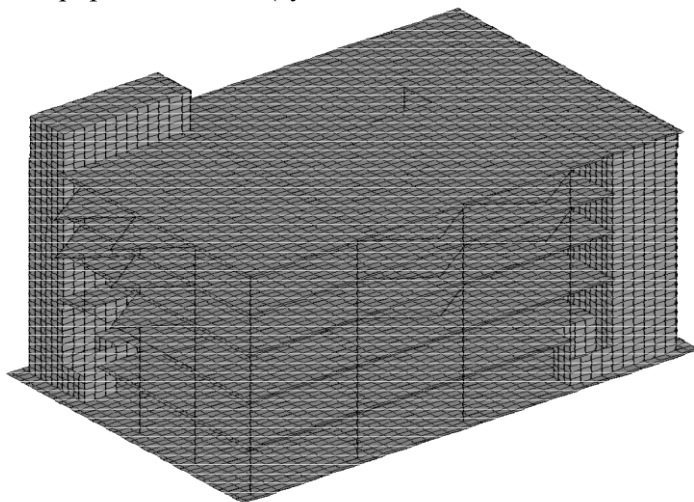


Рисунок 2 – Розрахункова схема будівлі

Очевидно, що архітектурна модель будівлі не може бути повністю автоматично перетворена на розрахункову схему, на основі якої проводяться розрахунки. Наявність в ній "архітектурних надмірностей", які не завжди коректно сполучені з елементами моделі, відсутність інформації про умови закріплення та завантаження, потребують доведення архітектурної моделі до рівня розрахункової схеми.

Однак основні розміри, прив'язка колон та несучих стін, обриси перекриттів, розташування отворів є базою, на якій в подальшому будується розрахункова схема – сітка скінченних елементів, задаються умови опирання та прилягання, описуються фізико-механічні характеристики матеріалів а також відомості про навантаження.

Визначення за МГЕ осідання будівлі на природній основі проведено після визначення НДС та ваги будівлі і подано на рис. 5 для фундаментної плити товщиною 30 см.

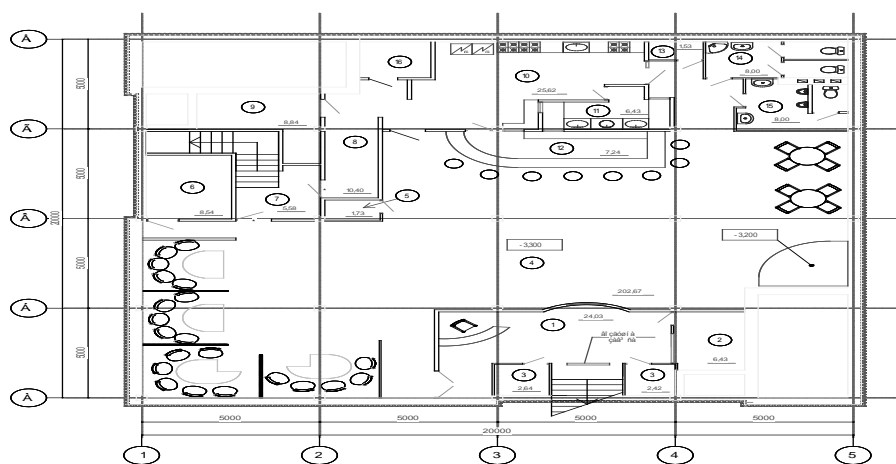


Рисунок 3 – План цокольного поверху будівлі

Попереднім розрахунком на ПК "Ліра" НДС наземної частини будівлі (рис. 5) у випадку жорсткого защемлення основи, визначено вагу будівлі $P=24437$ кН.

За графіком на рис. 5 $s=f(p)$ при такому навантаженні основи осідання перевищує нормативно допустиме для громадських будівель $s=8$ см.

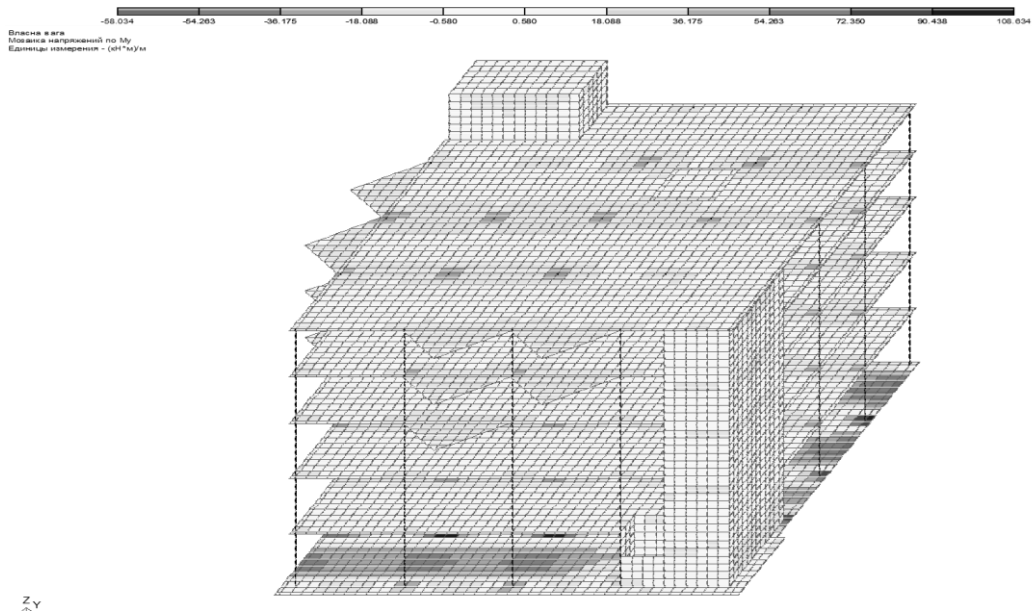


Рисунок 4 – Ізополю внутрішніх зусиль а) M_x , б) M_y скінченно-елементної моделі будівлі в м. Вінниці по вул. Пирогова 89-А

Відповідно було прийнято рішення заміни 1м ґрунту під підвалом будинку, рис. 3 (суглинку м'якого) на 1 м гравію з фізико-механічними показниками: $E=40$ кПа, $c=1$ кПа, $\varphi=40^\circ$, з метою покращення властивостей ґрунту активної зони прибудови. Середньозважені характеристики ґрунту з урахуванням підсіпки 1м гравію:

$$E=23730 \text{ кПа}, \quad c=12,9 \text{ кПа}, \quad \varphi=0,4109 \text{ рад.}$$

На рис. 5 подано графік залежності $s=f(p)$ для такої основи, отриманий за основним розрахунковим рівнянням (1) МГЕ.

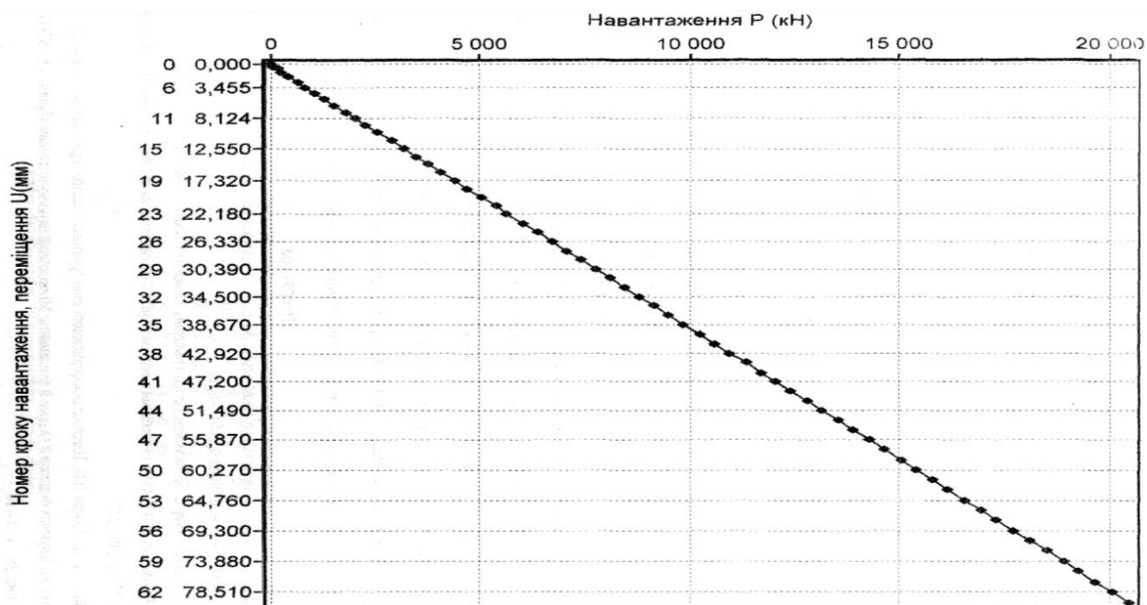


Рисунок 5 –Графік навантаження–осідання будівлі на фундаментній плиті $h=30$ см на натуральному ґрунті.

Середньозважені характеристики $E=15058$ кПа; $\nu=0,3$; $\rho=1,8911$; $\varphi=0,2973$ радіан; $C=14,802$ кПа. Вага будівлі – 24437 кПа.

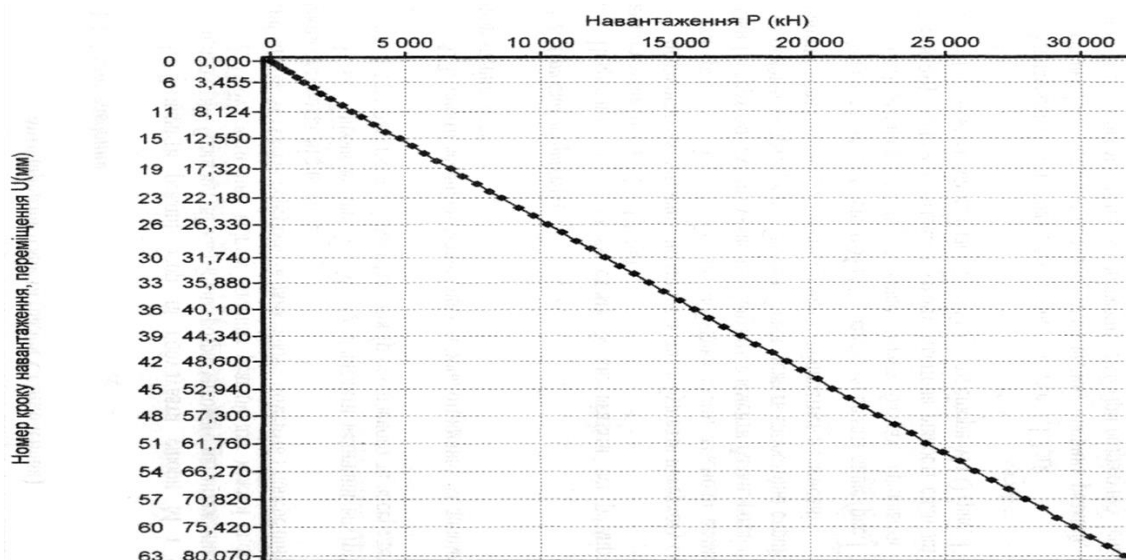


Рисунок 6 – Графік «навантаження-осідання» будівлі на фундаментній плиті $h = 30$ см при заміні 1 м. ґрунту гравієм фракції 2-10 мм. Середньозважені характеристики $E=15058$ кПа; $\nu=0,3$; $\rho=1,8911$. Вага будівлі – 24437 кПа.

Висновки

1. Графік на рис. 6 свідчить, що при навантаженні на фундамент гравітаційної ваги будівлі $P = 24437$ кН очікуване осідання плитного фундаменту за МГЕ $s=5,9$ см, що < 8 см. Таким чином, товщина $h=30$ см фундаментної плити та підсіпка гравієм ґрунтової основи під фундаментною плитою забезпечує нормативне осідання будівлі.
2. Сучасні числові методи МСЕ, МГЕ дають можливість дослідити НДС будівельних конструкцій будівель та споруд.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бреббія К, Теллес Ж, Вроубел Л. Методи граничних елементів. Мир, 1987. 524 с.
2. Моргун А.С. Застосування МГЕ у розрахунках паль в пластичному середовищі ґрунту. Вінниця: Універсум-Вінниця, 2001.- 64 с.
3. Ніколевський В.М. Механіка пористих і тріщинуватих середовищ, «Недра», 1984, 232 с.
4. Бойко І. П. Напружено – деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків // Основи і фундаменти. Міжвідомчий науково – технічний збірник. / І.П. Бойко, В.О. Сахаров. – К.: КНУБА, 2004 – С. 3 – 10.

Моргун Алла Серафимівна, дтн, проф, проф каф. ПЦБ ФБЦЕІ ВНТУ, м. Вінниця, morgunallaS@gmail.com

Мет Іван Миколайович, ктн, ктн, декан ФБЦЕІ ВНТУ, м. Вінниця,

Маковій Оlesia Олександрівна, магістр каф. ПЦБ ФБЦЕІ ВНТУ, м. Вінниця

Morgun Alla Serafimivna, D.T., Prof., Prof. of the Department of the Psb of the Federal State Educational Service of the Republic of Ukraine, Vinnytsia, morgunallaS@gmail.com

Met Ivan Mykolayovych, Ktn., Ktn., Dean of the Federal State Educational Service of the Republic of Ukraine, Vinnytsia,

Olesya Oleksandrivna Makova, Master of the Department of the Psb of the Federal State Educational Service of the Republic of Ukraine, Vinnytsia