

# ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ТА СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СКЛАДНОЇ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДІВ ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ

Вінницький національний технічний університет

## *Анотація*

*В роботі проведено дослідження динамічних та статичних характеристик складної механічної системи за допомогою методів теоретичної механіки. В якості досліджуваної механічної системи було обрано підняття вантажів (плит перекриття) баштовим краном.*

**Ключові слова:** механічна система, динамічні характеристики, статичні характеристики, теоретична механіка, баштовий кран, момент, трос, противага.

## *Abstract*

*The dynamic and static characteristics of a complex mechanical system are studied using the methods of theoretical mechanics. The mechanical system under study is the lifting of loads (floor slabs) by a tower crane.*

**Keywords:** mechanical system, dynamic characteristics, static characteristics, theoretical mechanics, tower crane, moment, cable, counterweight.

Актуальність теми полягає в її широкому застосуванні у багатьох галузях техніки, де необхідно аналізувати рух складних механізмів та конструкцій. В даній роботі за допомогою методів теоретичної механіки пропонується розв'язати конструктивну задачу пов'язану з будівництвом. Розглядатиметься конструктивна схема баштового крану (рис.1), який піднімає вантажі. За допомогою теореми про змінну кінетичної енергії пропонується визначити у загальному вигляді пусковий момент, який необхідно прикласти для того, щоб привести до руху механічну систему для підняття вантажу. Також за принципом Даламбера визначатиметься натяг тросу. В подальшому цю силову характеристику можна використати для підбору матеріалу, з якого виготовлятиметься трос та його площу поперечного перерізу. За допомогою прийомів статички в загальному вигляді визначатиметься маса (вага) противаги, яку треба встановити, для того щоб кран не перекинувся. При дослідженні даної механічної системи, всі тіла вважатимуться абсолютно твердими.

Опис конструкції: об'єкт 1 – вантаж (плита перекриття з деякою масою  $m_1$  та розмірами 220 мм на 3000 мм), піднімається до верху зі швидкістю  $V_1$  та на деяке переміщення  $S_1$ ; об'єкт 2 – циліндричний східчастий сталевий блок масою  $m_2$  з внутрішнім та зовнішнім радіусами  $r_2$  та  $R_2$  відповідно, розташований на візочку і може переміщуватись по горизонталі вздовж стріли крану (циліндричний блок та візок приймаємо як одне тіло); об'єкт 3 – суцільний сталевий циліндричний блок масою  $m_3$ , з деяким радіусом  $R_3$ ; об'єкт 4 – суцільний сталевий циліндричний блок, до якого кріпиться електричний двигун, який задає початковий обертальний момент  $M$ ; об'єкт 5 – противага, яка врівноважує стрілу крана, щоб він не перекинувся.

Використаємо теорему про змінну кінетичної енергії для визначення пускового моменту  $M$ , який необхідно прикласти до блока 4 для рівномірного підйому вантажу 1:

$$T - T_0 = \sum A^e + \sum A^i, \quad (1)$$

де  $T$  і  $T_0$  - кінетична енергія матеріальної системи відповідно в кінцевому та початковому положеннях,

$\sum A^e$  – сума робіт від зовнішніх сил системи,  $\sum A^i$  – сума робіт від внутрішніх сил системи,

$\sum A^i = 0$  – тіла абсолютно тверді, а пас абсолютно гнучкий та нерозтяжний,

$T_0 = 0$ , оскільки в початковому положенні система знаходиться в спокої.

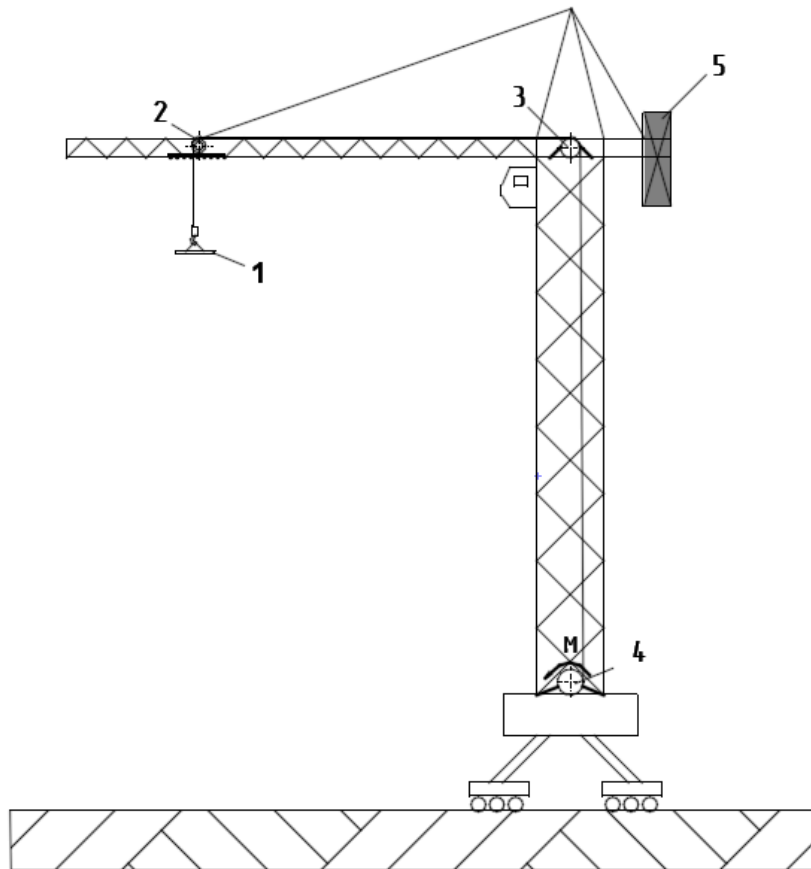


Рис.1. Конструктивна схема баштового крану

Отже,

$$T = \sum A^e. \quad (2)$$

Виразимо кінетичну енергію всієї системи через швидкість 1-го тіла:

$$T = V_1^2 \cdot \left( \frac{m_1}{2} + \frac{m_2(R_2 + r_2)^2}{8 \cdot r_2^2} + \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot r_2^2} + \frac{m_3 \cdot R_3^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot r_2^2 \cdot R_3^2} + \frac{m_4 \cdot R_4^2 \cdot 4R_4^2}{4 \cdot R_4^2 \cdot r_2^2} \right) \quad (3)$$

Виразимо роботу від зовнішніх сил системи через переміщення 1-го тіла:

$$\sum A^e = S_1 \cdot \left( -m_1 \cdot g + \frac{M \cdot 2R_2}{r_2 \cdot R_4} \right) \quad (4)$$

Запишемо рівняння в загальному вигляді (3) та (4)  $\rightarrow$  (2):

$$V_1^2 \cdot \left( \frac{m_1}{2} + \frac{m_2 \cdot (R_2 + r_2)^2}{8 \cdot r_2^2} + \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot r_2^2} + \frac{m_3 \cdot R_3^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot r_2^2 \cdot R_3^2} + \frac{m_4 \cdot R_4^2 \cdot 4R_4^2}{4 \cdot R_4^2 \cdot r_2^2} \right) = S_1 \cdot \left( -m_1 \cdot g + \frac{M \cdot 2R_2}{r_2 \cdot R_4} \right) \quad (5)$$

Виразимо обертальний момент:

$$M = \frac{\left( V_1^2 \cdot \left( \frac{m_1}{2} + \frac{m_2 \cdot (R_2 + r_2)^2}{8 \cdot r_2^2} + \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot r_2^2} + \frac{m_3 \cdot R_3^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot r_2^2 \cdot R_3^2} + \frac{m_4 \cdot R_4^2 \cdot 4R_4^2}{2 \cdot r_2^2 \cdot R_4^2} \right) + m_1 \cdot g \cdot S_1 \right) \cdot r_2 \cdot R_4}{S_1 \cdot 2R_2}. \quad (6)$$

$$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Застосуємо Принцип Даламбера для визначення натягу пасу від тіла 1 до тіла 2 (рис. 2):

$$\bar{F} + \bar{F}^{in} + \bar{R} = 0.$$

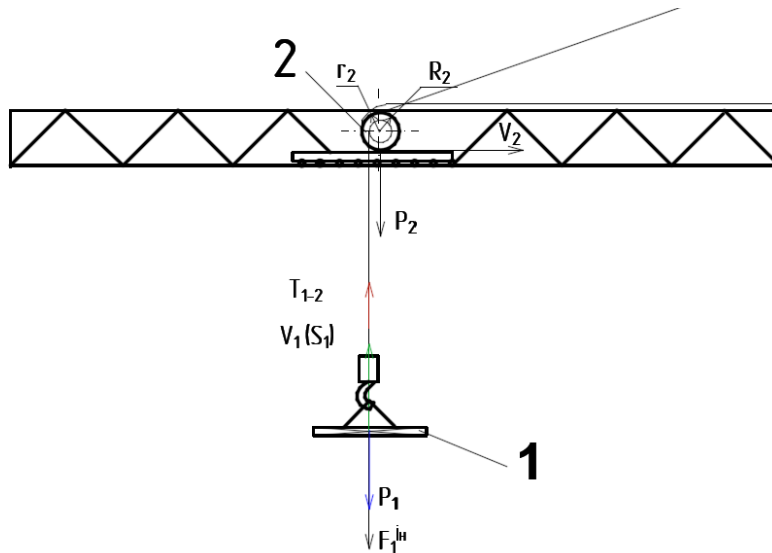


Рис. 2. Збільшене зображення 1-го та 2-го тіл

Спроектуємо всі сили на вісь у:

$$T_{1-2} - P_1 - F_1^{iH} = 0; T_{1-2} - m_1 g - m_1 a_1 = 0;$$

$$T_{1-2} = m_1 g + m_1 a_1 = m_1 (g + a_1). [T_{1-2}] = H.$$

Прискорення  $a_1$  для розрахунку натягу ( $T_{1-2}$ ) визначимо продиференціювавши за часом вираз (5):

$$\frac{dV_1^2}{dt} \cdot \left( \frac{m_1}{2} + \frac{m_2 \cdot (R_2 + r_2)^2}{8 \cdot r_2^2} + \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot r_2^2} + \frac{m_3 \cdot R_3^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot r_2^2 \cdot R_3^2} + \frac{m_4 \cdot R_4^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot R_4^2 \cdot r_2^2} \right) = \frac{dS_1}{dt} \cdot \left( -m_1 \cdot g + \frac{M \cdot 2R_2}{r_2 \cdot R_4} \right),$$

$$2 \cdot V_1 \cdot a_1 \cdot \left( \frac{m_1}{2} + \frac{m_2 \cdot (R_2 + r_2)^2}{8 \cdot r_2^2} + \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot r_2^2} + \frac{m_3 \cdot R_3^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot r_2^2 \cdot R_3^2} + \frac{m_4 \cdot R_4^2 \cdot 4R_2^2}{2 \cdot r_2^2 \cdot R_4^2} \right) = V_1 \cdot \left( -m_1 \cdot g + \frac{M \cdot 2R_2}{r_2 \cdot R_4} \right),$$

звідки

$$a_1 = \frac{-m_1 \cdot g \cdot r_2 \cdot R_4 + M \cdot 2R_2}{2 \cdot r_2 \cdot R_4 \cdot \left( \frac{m_1}{2} + \frac{m_2 \cdot (R_2 + r_2)^2}{8 \cdot r_2^2} + \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot r_2^2} + \frac{m_3 \cdot R_3^2 \cdot 4R_2^2}{4 \cdot r_2^2 \cdot R_3^2} + \frac{m_4 \cdot R_4^2 \cdot 4R_2^2}{2 \cdot r_2^2 \cdot R_4^2} \right)}.$$

За допомогою прийомів статки запишемо в загальному вигляді рівняння для визначення противаги, яку треба встановити, для того, щоб кран не перекинувся (рис. 3).

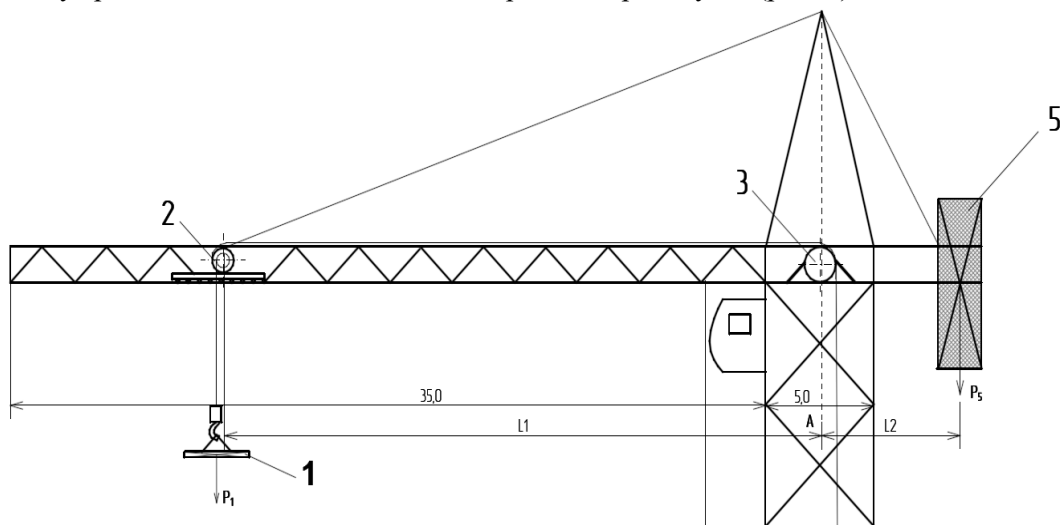


Рис. 3. Схема для визначення противаги

$$\Sigma M_A = 0; P_1 \cdot L_1 - P_5 \cdot L_2 = 0,$$

де  $P_1$  – максимальна вага вантажа, що підіймається;

$P_5$  – шукана вага противаги;

$$P_1 \cdot L_1 = P_5 \cdot L_2;$$

$$P_5 = \frac{P_1 \cdot L_1}{L_2}. P_5 = [H].$$

Отже, величина противаги для крану залежить від максимальної ваги вантажу, який буде підіймати кран та від відстані, до якого кріпляться троси від стріли крану до самого вантажу.

### Висновки

В роботі за допомогою методів теоретичної механіки розв'язано конструктивну задачу пов'язану з будівництвом. В якості досліджуваної механічної системи було обрано підняття вантажів (плит перекриття) баштовим краном.

У загальному вигляді визначено: пусковий момент, який необхідно прикласти для того, щоб привести до руху механічну систему для підняття вантажу; натяг тросу; величину противаги, яку треба встановити, для того щоб кран не перекинувся.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Огородніков В.А. Теоретична механіка. Динаміка. Самостійна та індивідуальна робота студентів: конспект лекцій / В. А. Огородніков, В. О. Федотов, І. Ю. Кириця – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 84 с. (ел. видання).
2. Приятельчук В. О. Теоретична механіка. Динаміка матеріальної системи. Розрахунково-графічні та контрольні завдання : [навч. пос.] / Приятельчук В. О., Риндюк В. І., Федотов В. О. – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 85 с.
3. Федотов В.О. Теоретична та прикладна механіка. (Технічна механіка) Самостійна та індивідуальна робота студентів. Частина 1: навчальний посібник / В. О. Федотов, І. В. Віштак, Т. І. Молодецька – Вінниця: ВНТУ, 2017. – 107 с.
4. Кузьо І. В. Теоретична механіка / І. В. Кузьо, В. П. Шпачук, І. В. Цідило – Харків : Фоліо, 2017. – 780 с.
5. Черниш О. М. Теоретична механіка / О. М. Черниш, М.Г. Яременко – К.: Центр навчальної літератури, 2018. – 760 с.
6. Гайдайчук В. В. Теоретична механіка. Загальні принципи механіки / В. В. Гайдайчук, М. Г. Гонгарь – К.: КНУБА, 2018. – 260 с.
7. Дмитриченко М. Ф. Теоретична механіка / М.Ф. Дмитриченко, М. О. Гончар – К.: НТУ, 2018. – 364 с.
8. ДБН В.2.8-43:2010. Кранові конструкції. Сталеві конструкції. Норми проектування.

**Усенко Ярослав Олегович** – студентка групи 1Б-23б, Факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

**Кириця Інна Юрївна** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри опору матеріалів, теоретичної механіки та інженерної графіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: slk-vin@ukr.net, kyrytsya@vntu.edu.ua, тел. +380679843705.

**Usenko Yaroslav O.** – student of group 1B-23b, Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

**Kyrytsya Inna Y.** – PhD, Assistant Professor of Materials Resistance, Theoretical Mechanics and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: slk-vin@ukr.net, kyrytsya@vntu.edu.ua, tel. +380679843705.