

## ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ВИДІЛЕННЯ АКУСТИЧНОГО СИГНАЛУ НА ФОНІ ШУМУ

Вінницький національний технічний університет

### *Анотація*

*В роботі розглянуто метод сингулярного спектрального аналізу (ССА) для покращення якості сигналів при акустичному методі обстеження серцевого м'язу людини. Метод базується на розкладанні первинного часового ряду на адитивні головні компоненти.*

**Ключові слова:** сингулярний спектральний аналіз, обробка сигналу, шум, акустичний сигнал.

### *Abstract*

*The paper considers the method of singular spectral analysis (SSA) for improving the quality of signals in the acoustic method of examination of the human heart muscle. The method is based on the decomposition of the primary time series into additive principal components.*

**Keywords:** singular spectral analysis, signal processing, noise, acoustic signal.

### Вступ

Найбільш поширеними методами фільтрації корисного сигналу та шуму в біомедичних системах є методи на основі алгоритмів Фур'є або Вейвлет-перетворення та їх модифікації. Ці алгоритми досить ефективні з точки зору виділення шуму [1].

Вейвлет-перетворення дозволяє виконувати фільтрацію, наприклад виділення нестационарного вузькосмугового шуму, при цьому має ефективну локалізацію за часом і частотою. До переваг Вейвлет-фільтрації можна віднести те, що вона позбавлена недоліків частотної фільтрації – не дає згладжування особливостей тонкої структури сигналу і не вносить додаткових збурень. Але вищевказані підходи на основі Фур'є або Вейвлет-перетворення мають і недоліки, а саме визначення критеріїв розрахунку порога між сигналом і шумом при виділенні сигналу, тобто загрозу повної втрати корисного сигналу при високому рівні шуму [2]. Також припущення про розподіл шуму не виконується для коефіцієнтів Вейвлет-розкладання шуму і сигналу, не завжди адекватно задачам фільтрації нестационарних сигналів, в тому числі і при акустичних методах дослідження серцевого м'язу людини.

Оскільки біомедичні акустичні сигнали суттєво відрізняються за частотами, амплітудами та варіюються для різних пацієнтів – це формує вимогу до методу обробки, щодо адаптивного визначення оптимальних характеристик систем фільтрації. Отже, для виділення акустичного сигналу на фоні шуму пропонується розглянути можливості методу сингулярного спектрального аналізу (ССА).

### Результати дослідження

Сингулярний спектральний аналіз – це метод аналізу часових рядів, який використовує лінійну алгебру та теорію сигналів для отримання інформації з даних. Суть методу полягає в тому, що часовий ряд розбивається на компоненти сингулярного розкладання і потім ці компоненти використовуються для аналізу і прогнозування.

Однією з переваг ССА є його здатність працювати з короткими та неповними даними, що робить його особливо корисним для аналізу ряду, який є сумішшю різних сигналів. Крім того, ССА також має свої обмеження, переважно пов'язані з деякими припущеннями, які робляться в процесі аналізу. Зокрема, ССА передбачає, що часовий ряд має стаціонарні та слабо залежні компоненти.

В цілому, ССА є потужним інструментом аналізу даних, який може доповнити і посилити існуючі методи аналізу. Правильно застосований ССА може зробити цінний внесок у розуміння складних процесів, які можуть впливати на поведінку ряду.

Принцип роботи сингулярного спектрального аналізу полягає в декомпозиції часового ряду на його складові, які називаються емпіричними компонентами. Для початку часовий ряд розбивається на віконні послідовності, потім кожна послідовність перетворюється на траєкторну матрицю. Траєкторна матриця – це матриця, в якій час представлений у вигляді рядків, а взаємодія між елементами часової послідовності у вигляді стовпців [3].

Потім з допомогою сингулярного розкладання траєкторної матриці можна визначити емпіричні компоненти ряду. Сингулярне розкладання – це метод апроксимації матриці через лінійну комбінацію базисних векторів. У нашому випадку базисні вектори утворюються з діагональних елементів матриці сингулярних значень, а емпіричні компоненти – з добутку матриці лівих сингулярних векторів на транспоновану матрицю правих сингулярних векторів.

Кожна емпірична компонента містить інформацію про ряд певної частоти та довжини всередині віконної послідовності. Таким чином, ми можемо розділити часовий ряд на окремі компоненти, які можуть бути проаналізовані та використані для прогнозування. Застосування ССА включає аналіз, прогнозування і вилучення інформації з різних типів часових рядів. ССА може використовуватися для прогнозування майбутніх значень часового ряду, а також для аналізу та отримання інформації з довгих часових рядів зі складною структурою. ССА також може бути використаний для аналізу багатовимірних часових рядів.

Опис алгоритму ССА [4]. Розглянемо дійсний ненульовий часовий ряд  $Y_T = (y_1, \dots, y_T)$ , де  $T$  – довжина ряду. Перший етап алгоритму полягає в розкладанні цього ряду на суму рядів, щоб кожен компонент у цій сумі можна було ідентифікувати як тренд, періодичний чи квазіперіодичний, або шум. На другому етапі алгоритму виконується реконструкція оригінального ряду.

Крок 1 (обчислення траєкторної матриці): перетворення одновимірного часового ряду  $Y_T = (y_1, \dots, y_T)$  у багатовимірний ряд  $X_1, \dots, X_K$  з векторами  $X_i = (y_i, \dots, y_{i+L-1})' \in R^L$ , де  $K$  – кількість членів ряду,  $K = T - L + 1$ . Єдиний параметр вбудовування – розмір вікна  $L$ , це ціле число таке, що  $2 \leq L \leq T$ . Результатом цього кроку є траєкторна матриця  $X = [X_1, \dots, X_K]$ :

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_K \\ y_2 & y_3 & y_4 & \dots & y_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_L & y_{L+1} & y_{L+2} & \dots & y_T \end{pmatrix} \quad (1)$$

Траєкторна матриця  $X$  є ганкелевою матрицею, це означає, що на всіх діагоналях, перпендикулярних головній, стоять рівні елементи.

Крок 2 (побудова матриці для застосування сингулярного розкладу): обчислення матриці  $XX^T$ .

Крок 3 (сингулярний розклад матриці  $XX^T$ ): обчислення власних значень та векторів матриці  $XX^T$  і представлення її у вигляді  $XX^T = PAP^T$ . Тут  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_L)$  є діагональною матрицею власних значень  $XX^T$ , упорядковану так, що  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$  і  $P = (P_1, P_2, \dots, P_L)$  – відповідна ортогональна матриця власних векторів  $XX^T$ .

Крок 4 (вибір власних векторів): вибирається група з  $l$  ( $1 \leq l \leq L$ ) власних векторів  $P_{i_1}, P_{i_2}, \dots, P_{i_l}$ . Крок групування відповідає розбиванню елементарних матриць  $X_i$  на кілька груп і складання матриць у кожній групі. Нехай  $I = \{i_1, \dots, i_l\}$  – група індексів  $i_1, \dots, i_l$ . Тоді матриця  $X_i$ , що відповідає групі  $I$ , визначається як  $X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_l}$ .

Крок 5 (реконструкція одновимірного ряду): обчислюється матриця  $\tilde{X} = \|\tilde{x}_{i,j}\| = \sum_{k=1}^l P_{i_k} P_{i_k}^T X$  як наближення до  $X$ . Перехід до одновимірного ряду тепер можна отримати шляхом усереднення по діагоналях матриці  $\tilde{X}$ .

Одним з обмежень ССА є необхідність знати довжину вихідної послідовності та вибір розмірності вікна, що може бути ускладненим у разі, коли довжина ряду може бути змінна або невідома. Також ССА вимагає наявності стаціонарності даних, інакше метод може давати некоректні результати.

Іншим недоліком ССА є його обчислювальна складність. Розкладання часового ряду на компоненти відбувається шляхом обчислення матриць коваріації, що може бути витратним за часом, особливо для великих рядів. Крім того, ССА має таку тенденцію, що він «налаштовується» на шум і нестійкий до невеликих змін даних.

Сингулярний спектральний аналіз може бути застосований у багатьох областях, суттєво полегшуючи аналіз даних з великою кількістю вимірювань та складною структурою [5]. Наприклад, ССА може використовуватися для аналізу сигналів при медичних дослідженнях за допомогою акустичних методів або для розпізнавання мови.

### Висновки

Застосування методу сингулярного спектрального аналізу у вирішенні задач покращення якості акустичних сигналів в біомедичних системах при проведенні обстеження пацієнтів дозволяє підвищити завадостійкість за допомогою відділення корисного сигналу від фонового шуму.

Сингулярний спектральний аналіз може також виконувати функцію прогнозування акустичного сигналу, що може суттєво покращити його якість при діагностиці серця людини в разі наявних короточасних втрат сигналів від акустичних сенсорів.

Сингулярний спектральний аналіз є ефективним та перспективним інструментом для алгоритмічної обробки часових рядів, який неодмінно розвиватиметься та покращуватиметься в майбутньому.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Bozzo, E., R. Carniel and D. Fasino (2010): «Relationship between singular spectrum analysis and Fourier analysis: Theory and application to the monitoring of volcanic activity», *Comput. Math. Appl.* 60(3), 812–820. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.05.028>
2. Hassani, H. (2007). «Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison», *Journal of Data Science*, 5(2), 239–257. [https://doi.org/10.6339/JDS.2007.05\(2\).396](https://doi.org/10.6339/JDS.2007.05(2).396)
3. N. Golyandina, V. Nekrutkin, and A. Zhigljavsky. «Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques». — Boca Raton : CRC Press, 2001. — 260 с. <https://doi.org/10.1201/9780367801687>
4. James B. Elsner, Anastasios A. Tsonis. «Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis». — New-York : Plenum Press, 1996. — 164 с. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2514-8>
5. Vautard R. «Singular spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals». R. Vautard, P. Yiou, M. Ghil. *Physica*. — 1992. — № 58. — P. 95—126. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90103-T](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90103-T)

*Дячук Олексій Олександрович* — аспірант кафедри БМІОЕС, факультет інформаційних електронних систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

*Тимчик Сергій Васильович* — канд. техн. наук, доцент кафедри біомедичної інженерії та оптико електронних систем, Вінницький національний технічний університет, e-mail: [tymchyksv@ukr.net](mailto:tymchyksv@ukr.net)

*Diachuk Oleksii O.* — graduate student of the Department of BMIOES, Faculty of Information Electronic Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : [dayte2@gmail.com](mailto:dayte2@gmail.com)

*Tymchyk Serhii V.* — Cand. Sc. (Eng), Associate Professor of the Department of Biomedical Engineering and Optical-Electronic Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [tymchyksv@ukr.net](mailto:tymchyksv@ukr.net)