

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ЧИСЛА ДЕВ'ЯТЬ ДЛЯ ШВИДКОГО РАХУНКУ

¹ Комунальний заклад «Тиврівський науковий ліцей» Вінницької обласної Ради

² Вінницький національний технічний університет

Анотація

Вміння обчислювати швидко, правильним і зручним способом може знадобитись в різних життєвих ситуаціях, є запорукою успішного засвоєння не тільки математики, але й інших дисциплін. Тому актуальним є розгляд цікавих властивостей чисел, які можуть допомогти збільшити швидкість рахунку. В даній роботі розглянуто деякі властивості числа дев'ять для швидкого рахунку.

Ключові слова: число, кратність, цифровий корінь, вилучення дев'яток.

Abstract

The ability to calculate quickly, correctly and conveniently can be needed in various life situations, it is the key to successful learning not only of mathematics, but also of other disciplines. Therefore, it is relevant to consider interesting properties of numbers that can help increase the speed of calculation. This paper considers some properties of the number nine for quick counting.

Key words: number, multiplicity, digital root, subtraction of nines..

Не опускайте рук, займіться математикою,
і ви прозрієте душею...
М. Кравчук

Вступ

Б. Гнеденко писав: «Правила арифметики, які створювались багато тисяч років тому, в епоху сучасної математики зберігають свою силу і використовуються буквально на кожному кроці» [1]. Математика найекономніша в словах. Не існують для неї мовні перешкоди, бо її мова, як мова музики, зрозуміла для всіх людей світу.

Вміння обчислювати швидко, правильним і зручним способом може знадобитись в різних життєвих ситуаціях, є запорукою успішного засвоєння не тільки математики, але й інших дисциплін. Усні обчислення розглядають і використовують як гру, інтелектуальний вид спорту, цікавий різновид проведення дозвілля, засіб уникнення або виходу зі стресової ситуації, активізації розумової діяльності для здобуття нових знань, розвитку самостійності, уваги і витримки, зосередженості та винахідливості, тренування пам'яті і збереження молодості розуму [2]. З року в рік в Україні збільшується кількість учасників міжнародних змагань з усного рахунку Прангліміне, тому актуальним є розгляд цікавих властивостей чисел, які можуть допомогти збільшити швидкість рахунку.

Результати дослідження

Зупинимось на деяких особливих властивостях числа 9. Першу властивість цього числа можна побачити, розглянувши отримані від нього добутки:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144...

Обчисливши суму цифр будь-якого з них, ми неодмінно отримаємо 9. В дані й послідовності помічаємо число, що не вписується в загальну картину: сума цифр числа 99 дорівнює 18, але 18 – це

також добуток 9 на 2. Звідси випливає закономірність, відома зі школи: якщо число кратне 9, то сума його цифр також кратна 9 (і навпаки). Розглянемо пояснення цієї властивості на прикладі виконання перетворень числа 3456, маємо:

$$\begin{aligned} 3456 &= (3 \cdot 1000) + (4 \cdot 100) + (5 \cdot 10) + 6 = 3(999 + 1) + 4(99 + 1) + 5(9 + 1) + 6 = \\ &= 3(999) + 4(999) + 5(9) + 3 + 4 + 5 + 6 = (\text{число, що ділиться на } 9) + 18 = \\ &= \text{число, що ділиться на } 9. \end{aligned}$$

За цією логікою будь-яке число, сума цифр якого ділиться на 9, має ділитися на 9 (і навпаки, у будь-якого числа, що ділиться на 9, сума цифр теж обов'язково ділиться на 9).

А якщо сума цифр числа не ділиться на 9? Візьмемо для прикладу число $3457 = 3(999) + 4(99) + 5(9) + 7 + 12$. Тобто сума цифр числа 3457 така сама, як сума $7 + 12 = 19$. Це число трохи більше за 18, яке ділиться на 9. До цього ж висновку можна дійти, якщо додати цифри числа 19, а потім числа 10: $3457 \rightarrow 19 \rightarrow 10 \rightarrow 1$.

Додавання цифр числа і повторення цієї операції до отримання однозначного числа називають вилученням дев'яток, адже на кожному етапі ми фактично віднімаємо число, кратне 9. Отримане у кінці число називають цифровим коренем вихідного числа. Наприклад, цифровий корінь $3457 - 1$, а $3456 - 9$. Можна зробити такий висновок: якщо n має цифровий корінь, що дорівнює 9, то n ділиться на 9. В іншому випадку цифровий корінь – це остача від ділення n на 9 [3].

Знаходження цифрового кореня – доволі цікавий спосіб перевірки правильності результату дії додавання, віднімання або множення. Зокрема, сума є вірною, якщо її цифровий корінь дорівнює сумі цифрових коренів доданків. Ось як це виглядає на конкретному прикладі:

$$\begin{array}{r} 91787 \rightarrow 32 \rightarrow 5 \\ + 42864 \rightarrow 32 \rightarrow 6 \\ \hline 134651 \qquad \qquad \overline{11} \rightarrow 2 \\ \downarrow \\ 20 \rightarrow 2 \end{array}$$

При цьому цифрові корені доданків дорівнюють 5 та 6, а цифровий корінь їх суми $(11) - 2$. Зовсім не випадково цифровий корінь суми (134651) також дорівнює 2. Пояснити це можна за допомогою такої алгебраїчної формули:

$$(9x + r_1) + (9y + r_2) = 9(x + y) + (r_1 + r_2).$$

Якщо числа не збігаються, то ми точно помилились в обрахунках. Однак, якщо числа збігаються, то це не означає, що результат правильний. Хоча методом порівняння цифрових коренів можна виявити близько 90% випадкових помилок, він не працює, якщо правильні цифри ненароком переставлені місцями, адже сума при цьому не змінюється. А от неправильна цифра в результаті буде виявлена, якщо не йдеться про заміну 0 на 9 або 9 на 0. Цей метод можна застосовувати також для перевірки результату додавання довгого стовпчика чисел. Уявімо, що ви зайшли до магазину і придбали кілька товарів за такими цінами:

$$\begin{array}{r} 112,56 \rightarrow 15 \rightarrow 6 \\ 96,50 \rightarrow 20 \rightarrow 2 \\ 14,95 \rightarrow 19 \rightarrow 1 \\ 48,95 \rightarrow 26 \rightarrow 8 \\ 108,00 \rightarrow 9 \rightarrow 9 \\ +17,52 \rightarrow 15 \rightarrow 6 \\ \hline 398,48 \qquad \qquad \overline{32} \rightarrow 5 \\ \downarrow \\ 32 \rightarrow 5 \end{array}$$

Додавши цифри результату, побачимо, що його цифровий корінь дорівнює 5, а сума цифрових коренів доданків – 32, що підтверджує правильність обчислень, адже числовий корінь числа 32 також дорівнює 5. Цей метод чудово працює й у випадку перевірки результатів віднімання. Для прикладу візьмемо ті самі числа, що й у випадку перевірки результатів додавання:

$$\begin{array}{r} 91787 \rightarrow 32 \rightarrow 5 \\ -42864 \rightarrow 24 \rightarrow 6 \\ \hline 48923 \qquad \overline{-1} \rightarrow 8 \\ \downarrow \\ 26 \rightarrow 8 \end{array}$$

Різниця 48923 має цифровий корінь 8. Працюючи із цифровими коренями зменшуваного і від'ємника, бачимо, що $5-6=-1$. У цьому немає нічого страшного, оскільки $\overline{-1}+9=8$, а додавання (або віднімання) від отриманого результату числа, кратного 9, значення цифрового кореня не змінює. З цієї самої причини в разі отримання після такого віднімання нульового результату ми можемо взяти значення цифрового кореня, що дорівнює 9.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дідківська Т.В., Сверчевська І.А. Визначні історичні задачі з теорії чисел // Актуальні питання природничо-математичної освіти : збірка наукових праць №1, СДПУ ім. А.С.Макаренка. – Суми : ВВП «Мрія», 2013. – С. 8–18.
2. Арістов В. І. Усний рахунок – інтелектуальний вид спорту. – К.: Вид-во Європ. Ун-ту, 2018. 100 с.
3. Бенджамін Артур Магія математики. Як знайти x і навіщо це потрібно; Пер. з англ. М. Гоцацока. – К.: Вид. група КМ-БУКС, 2020.352 с.

Огороднік Артем Андрійович, комунальний заклад «Тиврівський науковий ліцей» Вінницької обласної Ради, учень 11 класу, ogorodnikartem402809@gmail.com

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Науковий керівник: **Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Ogorodnik Artem A., communal institution "Tyvriv Scientific Lyceum" of the Vinnytsia Regional Council, 11th grade student, ogorodnikartem402809@gmail.com

Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com

Supervisor: **Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V.** - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com