

ВИКОРИСТАННЯ ПАКЕТА ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MAPLE ДЛЯ ЗНАХО- ДЖЕННЯ ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ

Вінницький національний технічний університет;

Анотація

В даній роботі приведено приклад розв'язування задачі знаходження екстремуму функції двох змінних за допомогою системи комп'ютерної математики Maple. Також розглянуто реалізацію графічної інтерпретації розв'язку.

Ключові слова: екстремум функції, інформаційно-освітнє середовище, 3D графік, система комп'ютерної математики, Maple.

Abstract

This work presents an example of solving the problem of finding the extremum of a two variables function using the computer mathematics system's Maple. The implementation of graphical interpretation of the solution is also considered.

Keywords: extreme function, information and educational environment, 3D graph, computer mathematics system, Maple.

Вступ

Система комп'ютерної математики Maple надає можливість користувачу використовувати інтелектуальне середовище для математичних досліджень [1–22], зокрема виконувати швидко й ефективно не тільки символічні, але і чисельні розрахунки [1 – 20].

Метою даної роботи є адаптування використання СКМ Maple для знаходження екстремуму функції двох змінних із підтримкою візуалізації отриманого розв'язку.

Результати дослідження

В СКМ Maple для дослідження функцій на екстремум є кілька команд, які входять до стандартної бібліотеки Optimization даної програми.

Для знаходження мінімуму і максимуму функції однієї чи багатьох змінних на певному інтервалі без обмежень на змінні використовуються відповідно команди:

minimize (*f*, *vars*, *ranges*, *opts*),

maximize(*f*, *vars*, *ranges*, *opts*),

де *f* – алгебраїчний вираз функції, екстремуми якої необхідно знайти; *vars* – список змінних, за якими шукається мінімум чи максимум; *ranges* – область визначення змінних виду $x_1=a_1..b_1$, $x_2=a_2..b_2$, ..., $x_n=a_n..b_n$ для функції від *n* змінних.

Якщо замість опису області визначення змінної функції вказати *infinity* або інтервал $x=infinity..+infinity$, ($i=1,n$), то за допомогою команд *minimize* та *maximize* будуть шукатися відповідно мінімуми та максимуми при всіх значеннях змінних, як на множині дійсних чисел, так і на множині комплексних чисел. Якщо ж опис змінної взагалі відсутній, то пошук екстремуму буде здійснюватися тільки на множині дійсних чисел.

Параметр *opts* – список необов'язкових параметрів. Наприклад, при введенні параметра *location* (або *location=true*) результат виводиться в розширеному вигляді, після значення мінімуму (максимуму-

му) в фігурних дужках вказуються координати точок мінімуму (максимуму). Якщо мінімум (максимум) відповідної функції не існує, або не вдається його знайти, то виводиться вираз, що відповідає заданій функції, а при наявності параметра *location* виводиться текст *location=false* і порожній список.

Приклад. Знайти на екстремум функцію двох змінних $z = x^2 + y^2 + 9x - 6y + xy$.

Для знаходження мінімуму та максимуму функції двох змінних в області визначення використовували команди *minimize* та *maximize* без параметра *ranges* та локального екстремального значення із вказаним параметром (рис. 1). Для аналізу отриманого розв'язку також виконано відповідні графічні побудови (рис. 2).

```
restart:
with(plots):
with(Optimization):
z:=(x,y)->x^2+y^2+9*x-6*y+x*y;
zf:=x^2+y^2+9*x-6*y+x*y;
      z:=(x,y) -> x2 + y2 + 9x - 6y + xy
z_min:=minimize(zf,location);
z_max:=maximize(zf,location);
      z_min:=-57, [{x=-8,y=7},-57]
      z_max:=∞, [{x=∞,∞},{x=-∞,∞},{y=∞,∞},{y=-∞,∞}]
x[0]:=-8: y[0]:=7: z[min]:=minimize(zf):
z_min_local:=minimize(zf,x=-4..4,y=-4..4,location);
z_max_local:=maximize(zf,x=-4..4,y=-4..4,location);
      z_min_local:=-44, [{x=-4,y=4},-44]
      z_max_local:=76, [{x=4,y=-4},76]
sf:=plot3d(zf,x=-10..2,y=-2..10,grid=[20,20],axes=boxed):
p_min:=pointplot3d([x[0],y[0],z[min]],symbol=circle,color=red,symbol
size=20):
display({sf,p_min});
```

```
> restart:
with(plots):
with(Optimization):
> z:=(x,y)->x^2+y^2+9*x-6*y+x*y;
      z:=(x,y) -> x2 + y2 + 9x - 6y + xy
> z_min:=minimize(z(x,y),location);
z_max:=maximize(z(x,y),location);
      z_min:=-57, [{x=-8,y=7},-57]
      z_max:=∞, [{x=∞,∞},{x=-∞,∞},{y=∞,∞},{y=-∞,∞}]
> z_min_local:=minimize(z(x,y),x=-4..4,y=-4..4,location);
z_max_local:=maximize(z(x,y),x=-4..4,y=-4..4,location);
      z_min_local:=-44, [{x=-4,y=4},-44]
      z_max_local:=76, [{x=4,y=-4},76]
```

Рис. 1 – Візуалізація розв'язку задачі знаходження екстремума функції двох змінних в СКМ Maple

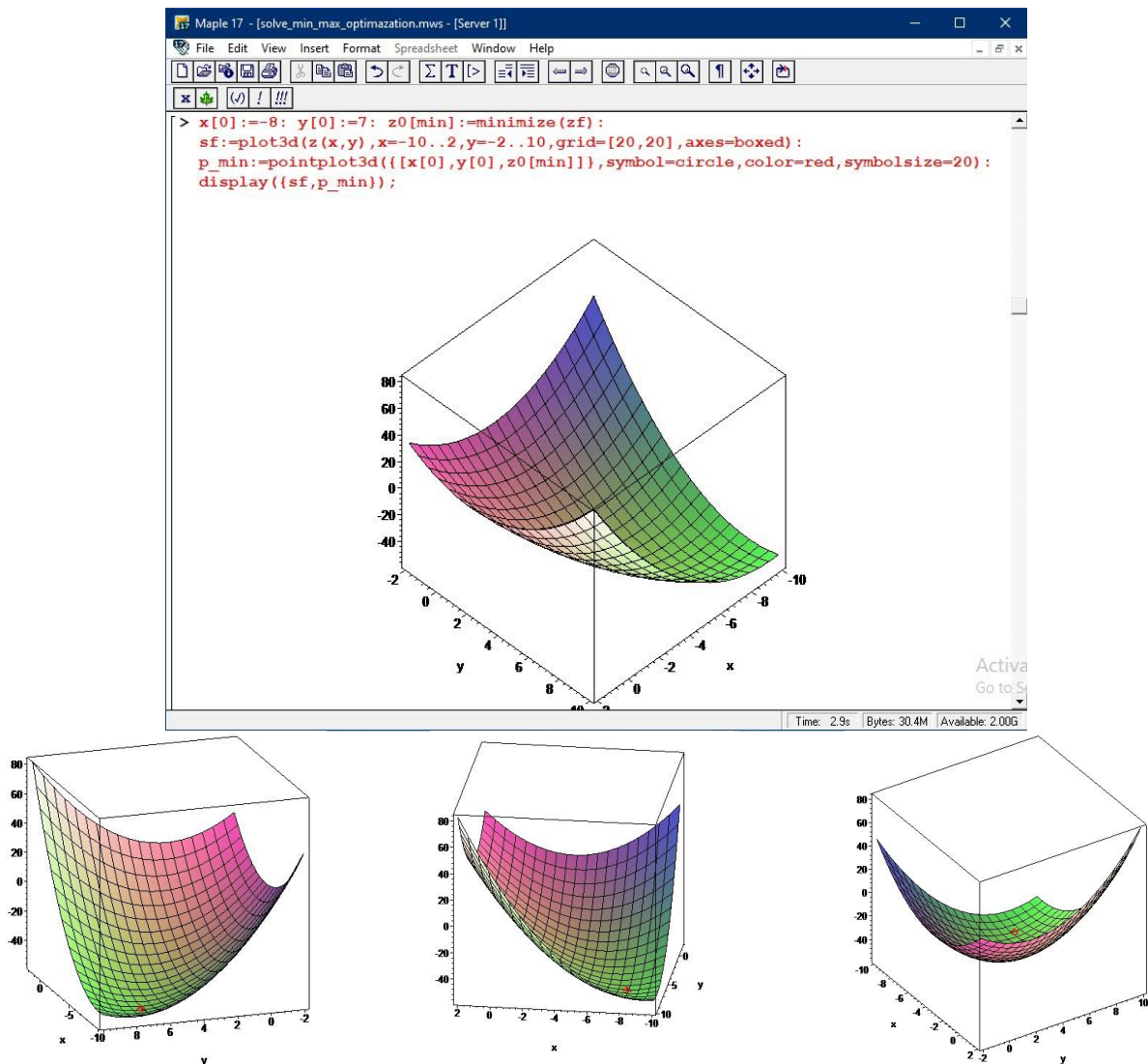


Рис. 2 – Візуалізація отриманого розв'язку знаходження мінімального значення в СКМ Maple

Висновки

Частина математичного апарату та розроблені фрагменти коду в СКМ Maple надають можливість покращувати якість отриманих знань під час розв'язування типових задач вищої математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
2. Михалевич В. М. Комп'ютерна програма «Maple програма генерування індивідуальних завдань з теми «Порівняння першого степеня» / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник, А. А. Коломієць, Д. О. Пінчук, А. В. Фещук, Ю. В. Добранюк // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 120820, Дата реєстрації авторського права 26.07.2023 бюлетень № 77 від 29.09.2023.
3. Михалевич В. М. Комп'ютерна програма «Maple програма генерування індивідуальних завдань з теми «Шифрувальні матриці» / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник, А. А. Коломієць, Д. О. Пінчук, А. Р. Магденко, Ю. В. Добранюк // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 120822, Дата реєстрації авторського права 26.07.2023 бюлетень № 77 від 29.09.2023.
4. Добранюк Ю. В. Застосування СКМ Maple для побудови 3D графіків в задачах обчислення об'єму фігур / Ю. В. Добранюк, В. М. Михалевич, А. А. Коломієць, О. М. Козак // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2022. – Вип. 54(2). – С. 115 – 123.

5. Добранюк Ю. В. Застосування системи комп'ютерної математики Maple для побудови 2D областей в задачах обчислення площі фігур / Ю. В. Добранюк, А. В. Василич, В. В. Грибик // Матеріали LI науково-технічної конференції підрозділів ВНТУ, Вінниця, 16-18 березня 2022 р. – Електрон. текст. дані. – 2022. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15848/13315>.

6. Добранюк Ю. В. Застосування системи комп'ютерної математики Maple для обчислення площі фігури, яка обмежена колом та розташована поза кардіоїдою [Електронний ресурс] / Ю. В. Добранюк, Б. В. Маліцький, Я. О. Глеба // Матеріали III Міжнародної науково-методичної Інтернет-конференції «Проблеми вищої математичної освіти: виклики сучасності», Вінниця, 20-22 червня 2022 р. – 6 с. – Електрон. текст. дані. – 2022. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/rmovc/rmovc22/paper/viewFile/16248/13686>.

7. Alona Kolomiets, Olena Olefir, Galyna Urum, Oksana Tiutiunnyk, and Yurii Dobraniuk (2022). "Introducing the Latest Teaching and Educational Development Practices in Mathematics: The Experience of EU Countries". Amazonia Investiga 11 (55), p. 193-200. <https://doi.org/10.34069/AI/2022.55.07.20>.

8. Mykhalevych, V., Dobraniuk, Y., Matviichuk, V., Kraievskyi, V., Tiutiunnyk O., Smailova, S., & Kozbakova, A. (2023). A comparative study of various models of equivalent plastic strain to fracture. Informatyka, Automatyka, Pomiarы W Gospodarce I Ochronie Środowiska, 13(1), 64-70. <https://doi.org/10.35784/iapgos.3496>

9. Dobraniuk Yurii Application of the computer mathematics system Maple for calculating figure's area bounded a circle and a cardioid / Yurii Dobraniuk, Anastasiia Vasylynch, Maxym Shvets' // IV International Scientific and Practical Internet Conference "Mathematics and Informatics in Science and Education: Challenges of Modernity", dedicated to the 90th anniversary of the Department of Mathematics and Informatics (Vinnytsia, May 25-26, 2023): book of abstracts [Electronic network scientific publication]. Vinnytsia, 2023, P. 98 – 101.

10. Добранюк Ю. В. Використання системи комп'ютерної математики Maple для розв'язку диференціальних рівнянь [Електронний ресурс] / Ю. В. Добранюк, В. Л. Ратинська, О. С. Підгорна, Д. О. Ковбасюк // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих науковців «Молодь в науці: дослідження, проблеми, перспективи (МН-2023)», Вінниця, 22-23 червня 2023 р. – 6 с. – Електрон. текст. дані. – 2023. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/mn/mn2023/paper/viewFile/18574/15413>.

Добранюк Юрій Володимирович — кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: dobranyuk@vntu.edu.ua.

Ратинська Валерія Леонідівна — студентка групи БМ-22б, факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: ratunskalera@gmail.com.

Підгорна Ольга Сергіївна — студентка групи БМ-22б, факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: podgornaya988@gmail.com.

Ковбасюк Дарія Олександрівна — студентка групи БМ-22б, факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: kovbasukdasa3@gmail.com.

Науковий керівник: **Добранюк Юрій Володимирович** — кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Dobranyuk Yuriy V. — Ph.D., Associate Professor of Department of Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dobranyuk@vntu.edu.ua.

Ratynska Valeriya L. — student of group BM-22b, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : ratunskalera@gmail.com.

Pidgorna Olga S. — student of group BM-22b, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : podgornaya988@gmail.com.

Kovbasiuk Daria O. — student of group BM-22b, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : kovbasukdasa3@gmail.com.

Supervisor: **Dobranyuk Yuriy V.** — Ph.D., Associate Professor of Department of Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia