

# ПОБУДОВА ТРАЄКТОРІЇ ДЕФОРМУВАННЯ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ПІД ЧАС ТОРЦЕВОГО СТИСНЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MAPLE

Вінницький національний технічний університет

## Анотація.

Здобуто аналітичні вирази для визначення накопиченої деформації та показника напруженого стану на основі апроксимації залежності між осьовою та коловою деформаціями. Дано порівняльний аналіз траєкторій деформації імітаційного моделювання із використанням СКМ Maple.

**Ключові слова:** торцеве стиснення, бічна поверхня, траєкторія деформування, система комп'ютерної математики, Maple.

## Abstract.

The analytical expressions for accumulate strain's and stress state parameter definition on the basis approximation of dependence between axial and round strains is received. A comparative analysis of deformation trajectories of simulation modeling using SCM Maple is given.

**Keywords:** face-end compression, free surface, trajectory of strain, computer mathematics system, Maple.

## Вступ

Одним із базових процесів пластичного деформування є торцеве стиснення, яке використовується як складова частина технологічного процесу виготовлення деталей, так і як спосіб дослідження фізико-механічних властивостей матеріалів [1, 2].

Під час торцевого стиснення, у зв'язку із нерівномірністю деформацій, відбувається викривлення форми вільної поверхні, так зване бочкоутворення, від якого залежить напружено-деформований стан та граничні деформації матеріалу [1 – 5].

Значну частку в наукових дослідженнях займає СКМ Maple, яка надає можливість користувачу використовувати інтелектуальне середовище для математичних досліджень [1 – 8].

Метою даної роботи є адаптування використання графічного та оптимізаційного пакетів СКМ Maple для побудови траєкторій деформування бічної поверхні під час торцевого стиснення.

## Результати дослідження

Залежність між осьовою та коловою деформаціями  $\varepsilon_z = f(\varepsilon_\varphi)$  можна апроксимувати у вигляді розв'язку диференціального рівняння з відокремленими змінними [1 – 4]

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}, \quad m > 0, \quad (1)$$

де  $m$  – константа, яка визначається експериментально.

Розв'язком диференціального рівняння (1), із урахуванням початкової умови  $\varepsilon_z|_{\varepsilon_\varphi=0} = 0$ , отримаємо [1 – 4]

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_\varphi - \frac{3}{2} \cdot m \cdot \operatorname{arctg} \left( \frac{\varepsilon_\varphi}{m} \right). \quad (2)$$

Використовуючи вирази для обчислення показника напруженого стану та накопиченої деформації на вільній бічній поверхні під час деформування та співвідношення (2) отримано співвідношення для оцінки напружено-деформованого стану бічної поверхні циліндричного зразка під час торцевого стиснення [1 – 4]:

$$\eta(t, m) = \frac{1 - 3 \cdot \cos^2(t)}{\sqrt{1 + 3 \cdot \cos^4(t)}}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_u(t, m) = m \cdot \int_0^t \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^4(\tau)}} \cdot d\tau. \quad (4)$$

Отримані під час імітаційного моделювання в програмному комплексі DEFORM 3D, значення осьової та колової деформацій було апроксимовано співвідношенням (2) із використанням розробленої процедури в СКМ Maple із використанням пакету optimization та побудовано відповідний графік (рис. 1).

```

restart:
with(Optimization):
with(plots):
data_A := [[-1, 0], [-.913307374, .87e-2], [-.895268744, .17682e-1], [-
.909067791, .60291e-1], [-.860639114, .125253], [-.84980456, .133413], [-
.838489892, .14158], [-.826753866, .14975], [-.81429968, .157915], [-
.800769023, .166065], [-.786719424, .174192], [-.772371834, .182293], [-
.758064751, .190367], [-.743884661, .198416], [-.730360835, .206437], [-
.715806186, .214422], [-.701096834, .222366], [-.685630682, .230264], [-
.669800058, .23811], [-.653321754, .245902], [-.636263146, .253639], [-
.618528361, .261318], [-.600587402, .26894], [-.581781281, .276502], [-
.562672325, .284004], [-.542896959, .291447], [-.522633872, .298828], [-
.502016749, .306148], [-.480410536, .313405], [-.458133535, .320599], [-
.435430755, .32773], [-.412002595, .334797], [-.388016354, .341797], [-
.363541436, .348733], [-.338642094, .355605], [-.313319426, .362413], [-
.287648235, .369158], [-.261739689, .375841], [-.235525873, .382461], [-
.209111602, .389021], [-.18215416, .395521], [-.155569004, .401963], [-
.12860172, .408348], [-.101455889, .414676], [-.73617837e-1, .420947], [-
.46008918e-1, .427165], [-.18071445e-1, .43333], [.10161435e-1, .439445],
[.38172249e-1, .445511], [.66268011e-1, .451531], [.9422861e-1, .457506],
[.121475014, .463437], [.148290309, .469326], [.174529208, .475175],
[.200636576, .480986], [.226274226, .486763], [.246904439, .492519],
[.267520008, .498261], [.331456225, .50069], [.362345501, .506011],
[.362935174, .511228], [.373046093, .516529], [.428674643, .521851],
[.448581047, .527136], [.468378663, .532414], [.484104453, .537693],
[.494841052, .542995], [.515339334, .548347], [.534275614, .553719],
[.542328905, .559144], [.557364819, .564696], [.572384834, .570301],
[.578645724, .575991], [.612924842, .580877], [.617078879, .586731],
[.636370713, .598386], [.64726274, .604197], [.662687837, .609961],
[.671119316, .615773], [.678155501, .62165], [.686711116, .63401],
[.689871121, .640378], [.740448845, .663176], [.745571531, .684143],
[.74892529, .691393]]:
[0, 0.004834, 0.009909, 0.014908, 0.019699, 0.024366, 0.028967, 0.033544, 0.038085, 0.
042546, 0.04699, 0.051446, 0.055939, 0.060473, 0.06505, 0.069673, 0.074344, 0.079062,
0.083824, 0.088629, 0.093475, 0.098359, 0.103279, 0.108233, 0.11322, 0.118236, 0.1232
78, 0.128344, 0.133432, 0.138539, 0.143666, 0.148812, 0.153975, 0.159157, 0.164357, 0.
169575, 0.17481, 0.180061, 0.185332, 0.190621, 0.195927, 0.201252, 0.206595, 0.211956
, 0.217335, 0.222732, 0.228147, 0.233579, 0.239028, 0.244495, 0.249978, 0.255479, 0.26
0997, 0.266532, 0.272082, 0.277649, 0.283233, 0.288836, 0.294459, 0.300101, 0.305764,
0.311447, 0.317148, 0.322865, 0.328599, 0.334352, 0.340125, 0.345921, 0.351742, 0.357
602, 0.363193, 0.368885, 0.37468, 0.380438, 0.386247, 0.392083, 0.397982, 0.403961, 0.
409993, 0.416105, 0.422368, 0.428704, 0.435142, 0.439915, 0.446745, 0.453326, 0.45997
4, 0.466574, 0.47315, 0.4798, 0.486533, 0.493457, 0.500605, 0.50786, 0.5143, 0.525447,
0.533585, 0.541631, 0.549897, 0.55822, 0.5592]:
[0, -0.008682, -0.017633, -0.026468, -0.035066, -0.043479, -0.051829, -0.060125, -
0.068354, -0.076475, -0.08452, -0.092517, -0.100577, -0.108676, -0.116789, -
0.124911, -0.133038, -0.141169, -0.149298, -0.157419, -0.165521, -0.173594, -
0.181636, -0.189645, -0.197623, -0.205569, -0.213471, -0.221327, -0.229128, -
0.236871, -0.244553, -0.252171, -0.259723, -0.267207, -0.274622, -0.281968, -
0.289242, -0.296444, -0.303573, -0.310627, -0.317604, -0.324504, -0.331325, -

```

```

0.338065,-0.344724,-0.351302,-0.3578,-0.364216,-0.370551,-0.376806,-
0.382979,-0.389072,-0.395087,-0.401023,-0.406879,-0.412657,-0.418356,-
0.423979,-0.429526,-0.434998,-0.440397,-0.445725,-0.450981,-0.456167,-
0.461285,-0.466337,-0.471325,-0.476264,-0.48116,-0.486744,-0.491012,-
0.495323,-0.499589,-0.503822,-0.508005,-0.512159,-0.516295,-0.520437,-
0.524557,-0.528686,-0.532886,-0.537094,-0.541337,-0.546293,-0.550393,-
0.554612,-0.558817,-0.562993,-0.567095,-0.571193,-0.575307,-0.579556,-
0.583923,-0.588317,-0.593227,-0.598781,-0.603227,-0.607872,-0.612539,-
0.617339,-0.617908]:

```

```

data_B:=zip((x,y)->[x,y],%%,%) :

```

Задаємо рівняння функції залежності між осьовою та коловою деформаціями та обчислюємо відхилення по апроксимації Смірнов-Аляєва (2).

```

Ez_E_phi:=(x,m,a)->-a*x-(2-a)*m*arctan(x/m) :

```

```

E[z]=Ez_E_phi(E[phi],m,1/2) ;

```

```

# обчислюємо відхилення по апроксимації Смірнов-Аляєва

```

```

res_Sm_B:= map((zz) -> Ez_E_phi(zz[1],m,1/2)-zz[2], data_B) :

```

$$E_z = -\frac{1}{2} E_\phi - \frac{3}{2} m \arctan\left(\frac{E_\phi}{m}\right)$$

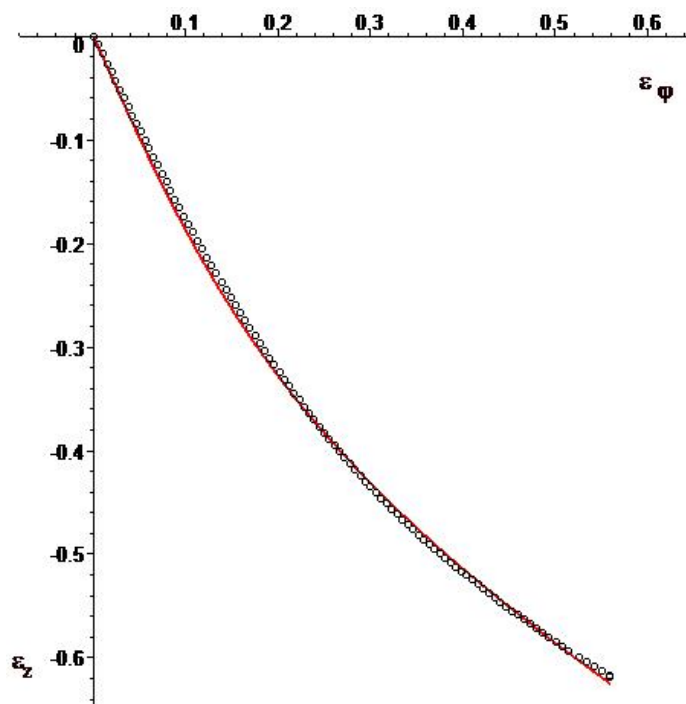


Рис. 1 – Апроксимація залежності між компонентами деформації бічної поверхні заготовок під час торцевого стиснення із використанням СКМ Maple [1 – 4]

Потім обчислюємо параметр апроксимації по методу найменших квадратів з допомогою функції `LSSolve(obj, constr, bd, opts)` спеціалізованого пакету «Optimization» та будуємо відповідну апроксимацію (рис. 1).

```

sol_Sm := LSSolve(res_Sm_B) ;

```

```

eval(Ez_E_phi(x,m,1/2),sol_Sm[2]) ;

```

```

sol_Sm:=[0.00194909025282334m=0.18345000120844]

```

```

- x/2 - 0.275175001812670arctan(5.4510765517179)

```

```

Lf:=[eval(Ez_E_phi(x,m,1/2),sol_Sm[2]),data_B] :

```

```

G2:=plot(Lf,x=0..0.592,style=[line$(nops(Lf)-

```

```

1),point],symbol=CIRCLE,symbolsize=8,color=[RED,black],thickness=[2,1],labels
=[``,``],linestyle=[1,1]) :

```

```

g40:=PLOT(

```

```

TEXT([-0.08,-1.1], 'e', FONT(SYMBOL,14)), COLOR(RGB, 0.1, 0, 0),
TEXT([-0.06,-1.12], "z", FONT(TIMES,ROMAN,12)),
TEXT([0.8,-0.05], 'e', FONT(SYMBOL,14)),
TEXT([0.82,-0.07], "j", FONT(SYMBOL,12)),
AXESSTYLE(NORMAL):
display({G2,g40});

```

Використовуючи співвідношення (3) та (4) та результати апроксимації, побудовано траєкторії деформування бічної поверхні циліндричних зразків як за результатами апроксимації співвідношенням (1) експериментальних даних, так і самих експериментальних значень накопиченої деформації та показника напруженого стану, отриманих під час імітаційного моделювання процесу торцевого стиснення. Відповідні результати були опрацьовані розробленою процедурою в СКМ Maple та представленні на рис. 2.

```

subs(sol_Sm[2],m)*tan(t)=0.5592; TT:=fsolve(%,t);
Eu:=(t,m,a)->m*2/sqrt(3)*Int(sqrt((a^2-a+1)/cos(tau)^4-(2*a^2-
5*a+2)/cos(tau)^2+(2-a)^2)),tau=0..t):
ET:=(t,a)->2*(-a-(2-a)*cos(t)^2+1)/sqrt(1+1/3*(1-2*a-2*(2-a)*cos(t)^2)^2):
Eu(t,m,1/2); ET(t,1/2);
h0:=plot(data_A,thickness=2,color=red):
h2:=plot([[ET(t,subs(sol_Sm[2],1/2)),Eu(t,op(subs(sol_Sm[2],[m,1/2]))),t=0..T
T],[limit(ET(t,subs(sol_Sm[2],1/2)),t=Pi/2),t,t=0..Eu(TT,op(subs(sol_Sm[2],[m
,1/2])))]],linestyle=[1,3],thickness=[2,1],color=[blue,black]):
h40:=PLOT(TEXT([-0.12,0.73], 'e', FONT(SYMBOL,14)), COLOR(RGB, 0.1, 0, 0),
TEXT([-0.08,0.72], "u", FONT(TIMES,ROMAN,12)),
TEXT([0.9,-0.04], 'h', FONT(SYMBOL,14)),
AXESSTYLE(NORMAL)):
display({h0,h2,h40}, view=[-1..1, -0.05..0.77]);
0.1834500012084446n(t) = 0.5592
TT:=1.253801111;

```

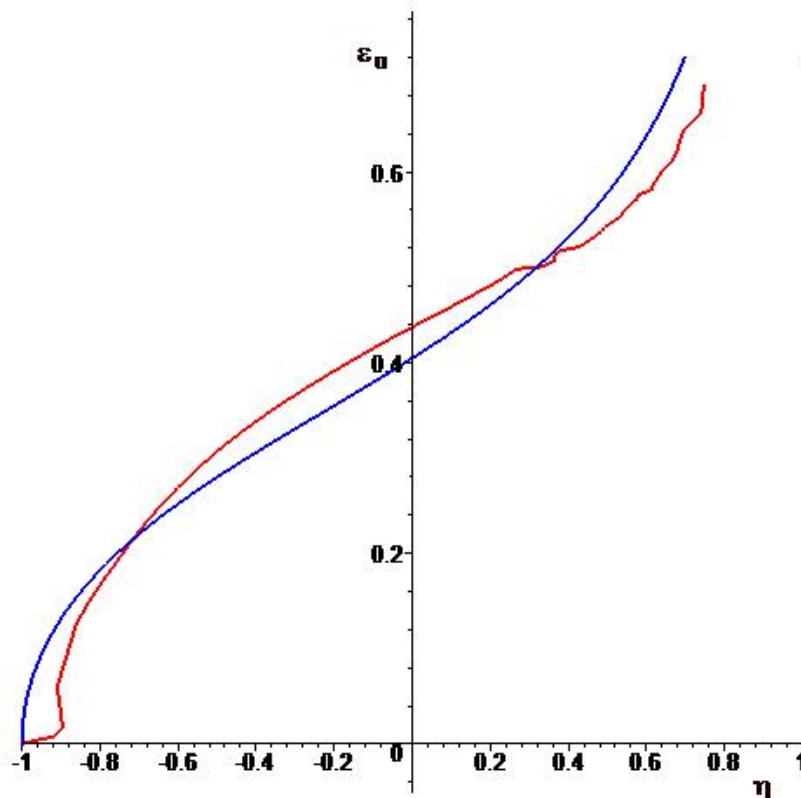


Рис. 2 – Порівняльне графічне представлення напружено-деформованого стану, отриманого за допомогою імітаційного моделювання торцевого стиснення та за допомогою співвідношень (3) та (4) в результаті апроксимації залежності між компонентами деформацій [1 – 4]

## Висновки

Частина математичного апарату та розроблені фрагменти коду в СКМ Maple, які представлено в даній роботі, надають можливість в автоматизованому режимі отримувати параметри апроксимацій співвідношень між компонентами деформацій, обчислювати параметри напружено-деформованого стану заготовок під час деформування, виконувати відповідні побудови та аналіз результатів імітаційного моделювання торцевого стиснення циліндричних заготовок.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
2. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.
3. Михалевич В. М. Визначення за початковою ділянкою траєкторії деформацій граничного стану бічної поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – №2 – С. 163–167.
4. Михалевич В. М. Узагальнення експериментально-аналітичної методики оцінки НДС бічної поверхні циліндричних заготовок при вісесиметричному осадженні / В. М. Михалевич, В. А. Матвійчук, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2014 – №1(38) – С. 41–47.
5. Михалевич В. М. Моделювання граничних деформацій на вільній бічній поверхні під час високотемпературного торцевого осадження / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – №2 – С. 54–60.
6. Dobranyuk Yuriy Comparative analysis of the stress-strain state of the free surface of cylindrical samples during rolling using SCM Maple / Yuriy Dobranyuk, Andriy Kozub // III International Scientific and Practical Internet Conference "Mathematics and Informatics in Higher Education: Challenges of Modernity", dedicated to the memory of Professors O. A. Pankov and V. S. Trokhymenko (Vinnytsia, May 20-21, 2021): book of abstracts. [Electronic network scientific publication], Vinnytsia, 2021, P. 67 – 74.
7. Добранюк Ю. В. Застосування системи комп'ютерної математики Maple для побудови 2D областей в задачах обчислення площі фігур [Електронний ресурс] / Ю. В. Добранюк, А. В. Василич, В. В. Грибик // Матеріали LI науково-технічної конференції підрозділів ВНТУ, Вінниця, 16-18 березня 2022 р. – Електрон. текст. дані. – 2022. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15848/13315>
8. Михалевич В. М. Розробка електронних освітніх ресурсів в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, Ю. В. Добранюк // Математика та інформатика у вищій школі: виклики сучасності : зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. - Вінниця : ФОП Рогальська І. О., 2017.- С. 69-72.

**Юрій Володимирович Добранюк** — кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [doبرانukyuriy@gmail.com](mailto:doبرانukyuriy@gmail.com).

**Анастасія Володимирівна Василич** — студентка групи Б-21б, Факультет будівництва цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: [vasilinichnastya@gmail.com](mailto:vasilinichnastya@gmail.com).

**Yuriy V. Dobranyuk** — Ph.D., Associate Professor of Department of Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [doبرانukyuriy@gmail.com](mailto:doبرانukyuriy@gmail.com).

**Anastasiia V. Vasylynch** — student of group B-21b, Faculty of Power Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [vasilinichnastya@gmail.com](mailto:vasilinichnastya@gmail.com).