

АПРОКСИМАЦІЯ КЛАСИЧНИХ ДИСТРИБУТИВНИХ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ КУБІЧНОГО ПОЛІНОМУ

¹ Вінницький національний технічний університет

² 3D GENERATION UA

Анотація

Запропоновано апроксимацію дистрибутивної функції відбивної здатності поверхні для формування більш точного відблиску при моделюванні тривимірних об'єктів.

Ключові слова: дистрибутивна функція відбивної здатності, апроксимація, ДФВЗ Шліка, ДФВЗ Фонга, кубічний поліном формування відблиску.

Abstract

An approximation of the distributive function of surface reflectivity for the formation of a more accurate reflection in the modeling of three-dimensional objects is proposed.

Keywords: bidirectional reflective distribution function, approximation, Schlick BRDF, Fong BRDF, cubic polynomial of glare formation.

Вступ

При формуванні графічних зображень велику увагу приділяють реалістичності відтворюваних об'єктів і процесів. При цьому важливо вибрати дистрибутивну функцію відбивної здатності (ДФВЗ) поверхні, яка має низьку степінь і з достатньою точністю відтворює відбивні характеристики поверхонь [1-5].

Результати дослідження

Розглянемо апроксимацію найпоширенішої ДФВЗ Фонга поліномом третьої степені:

$$f_1(\gamma) = a \cdot \cos(\gamma)^3 + b \cdot \cos(\gamma)^2 + c \cdot \cos(\gamma) + d.$$

Щоб знайти невідомі коефіцієнти a , b , c , d , необхідно скласти систему із чотирьох рівнянь. Перше рівняння отримуємо наступним чином. Враховуючи, що $\cos(0) = 1$, то при $d = 0$ маємо $\cos(\gamma) = 0$. Прирівнюємо значення дистрибутивної функції відбивної здатності до кубічного багаточлена в точці t , де $\cos(t)^n = Q$, отримаємо:

$$a \cdot \cos^3(t) + b \cdot \cos^2(t) + c \cdot (t) + d = Q$$

Знайдемо похідні від дистрибутивної функції та многочлена третьої степені у точці t , в якій $\cos(t)^n = Q$:

$$\frac{\partial(\cos^n \gamma)}{\partial \gamma} = -n \cdot \cos(\gamma)^{n-1} \cdot \sin(\gamma)$$

$$f(\gamma)' = -3 \cdot a \cdot \cos(\gamma)^2 \cdot \sin(\gamma) - 2 \cdot b \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\gamma) - c \cdot \sin(\gamma)$$

та прирівняємо праві частини отриманих виразів:

$$n \cdot \cos(t)^{n-1} = 3 \cdot a \cdot \cos(t)^2 + 2 \cdot b \cdot \cos(t) + c.$$

Отримані рівняння зведемо у систему:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1, \\ d = 0, \\ a \cdot \cos^3(t) + b \cdot \cos^2(t) + c \cdot \cos(t) + d = Q, \\ n \cdot \cos^{n-1}(t) = 3 \cdot a \cdot \cos^2(t) + 2 \cdot b \cdot \cos(t) + c. \end{cases}$$

Здійснимо еквівалентні перетворення для спрощення системи і отримаємо систему із двох рівнянь:

$$\begin{cases} a \cdot \cos^3(t) + b \cdot \cos^2(t) + (1 - a - b) \cdot \cos(t) = Q, \\ 3 \cdot a \cdot \cos^2(t) + 2 \cdot b \cdot \cos(t) + (1 - a - b) = n \cdot \cos^{n-1}(t). \end{cases}$$

Розв'язавши систему, отримаємо наступні значення:

$$a = \frac{n \cdot \cos^n(t)(\cos(t) - 1) - Q \cdot (2 \cdot \cos(t) - 1) + \cos^2(t)}{\cos^2(t) \cdot (\cos(t) - 1)^2},$$

$$b = \frac{n \cdot \cos^n(t)(1 - \cos^2(t)) + Q \cdot (3 \cdot \cos^2(t) - 1) - 2 \cdot \cos^3(t)}{\cos^2(t) \cdot (\cos(t) - 1)^2}.$$

Нехай $Q = 0,5$. Тоді:

$$a = \frac{(q - 1)(2q + n) + 1}{2 \cdot (q - 1)^2 \cdot q^2},$$

$$b = -\frac{q^2(4q - 3) + n(q^2 - 1) + 1}{2 \cdot (q - 1)^2 \cdot q^2},$$

при чому $q = e^{\frac{-0.6931471}{n}}$.

Поліном третьої степені дозволяє отримати високу точність у відтворенні епіцентру відблиску на поверхні. В процесі моделювання було отримано, що при апроксимації значення похибки не перевищує 0,67% (рис. 1).

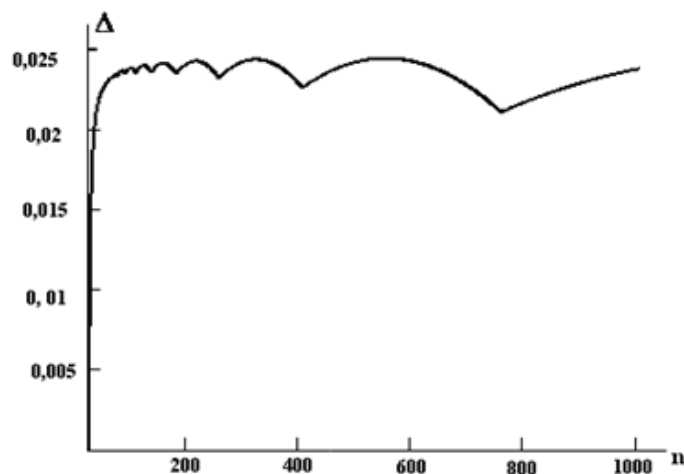


Рисунок 1 – Залежність абсолютної похибки апроксимації Δ від значення параметра n

Якщо порівняти із дистрибутивною функцією Шліка, це значення зменшено більш ніж у 17 разів.

Для визначення невідомих a , b , c , d можна використати наступний підхід. Оскільки задати обмеження $\cos u = 0$ можливо лише при $d = 0$ і невідомими залишаються ще три коефіцієнта, достатньо задати три точки кривої. Дві з них використовуються для вказання епіцентру відблиску: $u = 0$, звідки $a + b + c + d = 1$, друга – перегин кривої, гранична точка епіцентру відблиску. Третя задає рівень реалізму блюмінгу, важливо задати рівень дистрибутивної функції, значення якого близьке до нуля.

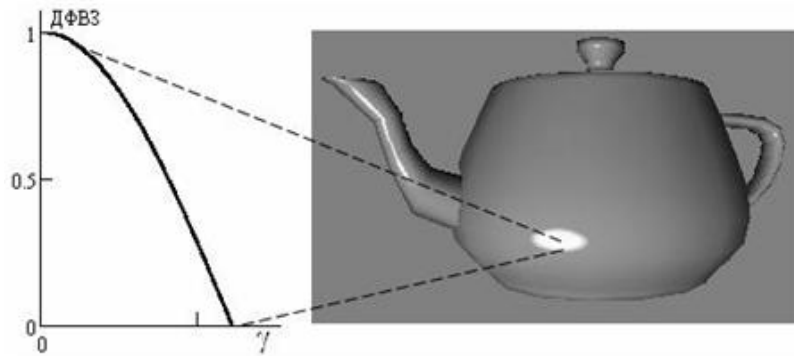


Рисунок 2 – Сформований відблиск поверхні за допомогою ДФВЗ другої степені

Нехай $\cos^n(u) = G, G \rightarrow 0$. Тоді:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1, \\ d=0, \\ a \cdot \cos^3(t) + b \cdot \cos^2(t) + c \cdot \cos(t) + d = Q, \\ a \cdot \cos^3(u) + b \cdot \cos^2(u) + c \cdot \cos(u) + d = G. \end{cases}$$

Розв'язок отриманої системи наступний:

$$a = \frac{l^2 \cdot (Q - 1) + G \cdot (1 - r^2) + r^2 - Q}{l^3 \cdot (1 - r^2) + l^2 \cdot (r^3 - 1) - r^2 \cdot (r - 1)},$$

$$b = \frac{l^3 \cdot (Q - 1) + G \cdot (1 - r^3) - Q + r^3}{l^3 \cdot (1 - r^2) + l^2 \cdot (r^3 - 1) - r^2 \cdot (r - 1)},$$

$$c = \frac{l^2 \cdot (Q - r^2) + l^2 \cdot (r^3 - r^n) + G \cdot r^2 \cdot (1 - r)}{l^3 \cdot (1 - r^2) + l^2 \cdot (r^3 - 1) - r^2 \cdot (r - 1)},$$

де $r = \cos(t), l = \cos(u)$.

В результаті моделювання було отримано, що для усунення можливого артефакту – перетину дистрибутивної функції вісі ординат в зоні блюмінгу необхідно підкоригувати значення Q . Таким чином, оптимальними значеннями було прийнято $Q = 0,5$ та $G = 1/18$. Отже, головною особливістю даного підходу полягає в тому, що для кожного значення n достатньо зберігати лише три коефіцієнта, а при апаратній реалізації – здійснити п'ять операцій множення та 2 операції додавання.

Оскільки графік функції $f_1(\gamma) = a \cdot \cos(\gamma)^3 + b \cdot \cos(\gamma)^2 + c \cdot \cos(\gamma) + d$, має косинусоїдну форму, є підстава стверджувати, що дана функція має два екстремуми: максимум при $\gamma = 0$ та мінімум. Відповідно, можна сформувавши наступний підхід до знаходження невідомих коефіцієнтів кубічного поліному. До перших трьох рівнянь із попередньої системи додати четверте, отримане шляхом прирівнювання до нуля точки мінімуму функції. Варто зазначити, що апроксимація формування відблиску поверхні шляхом кубічного поліному часом спричиняє набування ДФВЗ від'ємного значення. Тоді функцію необхідно відсікати.

Розглянемо апроксимацію дистрибутивної функції відбивної здатності функцією такого виду:

$$g(\gamma) = \frac{\cos(\gamma)}{a - b \cos(\gamma)},$$

де $\cos^n(\gamma) < 0,5$. Прирівнюємо значення функції $g(\gamma)$ до $\cos^n(\gamma)$ та їх похідних у точці $\gamma = \arccos(\sqrt[n]{0,5})$. Отримуємо наступний результат:

$$\begin{cases} \frac{\cos(t)}{a - b \cdot \cos(t)} = 0,5, \\ \frac{1}{a - b \cdot \cos(t)} + \frac{\cos(t) \cdot b}{(a - b \cdot \cos^2(t))} = n \cdot \cos^{n-1}(t), \end{cases}$$

де $\cos^n(t) = 0,5$. Розв'язок системи має наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \cdot n \cdot \cos^{n+1}(t) \\ 4 \cdot n \cdot \cos^n(t) - 2 \end{pmatrix}.$$

Враховуючи, що $\cos(t) = \sqrt[n]{0,5}$, отримуємо наступне:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot n \cdot \sqrt[n]{0,5} \\ 2 \cdot n - 2 \end{pmatrix}.$$

Для функції $g(x)$ ділянки затухання відблиску відносна похибка становить не більше 1% при $0,42 < f(\gamma) < 0,5$, не більше 3% при $0,37 < f(\gamma) < 0,42$ і не більше 10% при $0,27 < f(\gamma) < 0,37$, що є прийнятним для затухання відблиску. Приклад апроксимації класичної дистрибутивної функції подано на рисунку 3.

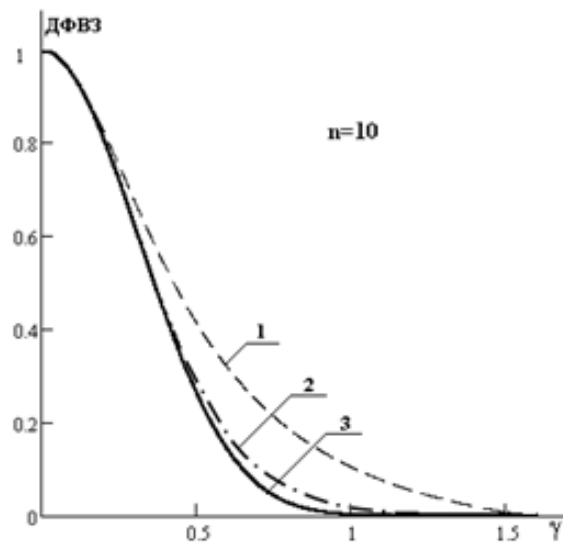


Рисунок 3 – Графіки ДФВЗ Шліка (1), $g(x)$ (2) та Фонга (3)

На рисунку 4 наведено приклад формування відблиску поверхні за допомогою отриманої ДФВЗ.



Рисунок 4 – Приклад формування тривимірного об'єкту з використання ДФВЗ третьої степені

Висновки

Розроблена дистрибутивна функція відбивної здатності має третій степінь, реалістично відтворює як епіцентр відблиску, так і його зону затухання, тому може бути використана у високопродуктивних засобах моделювання тривимірних об'єктів комп'ютерної графіки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Романюк О. Н. Класифікація дистрибутивних функцій відбивної здатності поверхні / О. Н. Романюк // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер. : Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. - 2008. - Вип. 9. - С. 145-151.
2. Чан А. Л. В. Аналіз моделі відбивної здатності поверхні кука-торренса [Текст] / А. Л. В. Чан, О. Н. Романюк // Тези доповідей XI Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційно-комп'ютерні технології – 2020 (ІКТ-2020)», м. Житомир, 09 - 11 квітня 2020 р. – Житомир: Житомирська політехніка, 2020. – С. 103-104.
3. Романюк О. Н., Чорний А. В. Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів. Монографія //Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця. – 2006. – Т. 190.
4. Чан А. Л. В. Аналіз відтворення поверхні шкіри людини використанням дистрибутивних функцій відбивної здатності [Текст] / Чан А. Л. В., Романюк О. Н. // Матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Молодь у світі сучасних технологій», Херсон, 4-5 червня 2020 р. – 2020. – С. 230-233.
5. Chan A., Romanyuk O. N. Analysis of microfacet and wave approaches to the formation of realistic images of anisotropic surfaces /На шляху до індустрії 4.0:інформаційні технології, моделювання, штучний інтелект, автоматизація. Монографія.Одеса, 2021. -С.82-93. /На шляху до індустрії 4.0:інформаційні технології, моделювання, штучний інтелект, автоматизація. Монографія.Одеса, 2021. -С.82-93.

Романюк Олександр Никифорович – д.т.н., професор, завідувач кафедри програмного забезпечення Вінницького національного технічного університету, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, м. Вінниця, e-mail: rom8591@gmail.com

Чан Аліна Ле Ванівна – студентка 4 курсу Вінницького національного технічного університету, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, кафедра програмного забезпечення, м. Вінниця, e-mail: kovychwriter@gmail.com

Михайлов Павло Ігорович – CEO компанії 3D GENERATION, pm@3dgeneration.com

Чехмесрук Роман Юрійович – кандидат технічних наук, технічний директор компанії 3D GENERATION, Rc.ua@3dgeneration.com

Перун Іван Вікторович – Project manager 3D GENERATION UA, ip.ua@3dgeneration.com

Romaniuk Oleksandr N. – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Software Department of Vinnytsia National Technical University, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia e-mail: rom8591@gmail.com

Chan Alina L. V. – 4th year student of Vinnytsia National Technical University, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Department of Software, Vinnytsia, e-mail: kovychwriter@gmail.com

Mykhaylov Pavlo Igorovich – CEO 3D GENERATION, pm@3dgeneration.com

Chekhmestruk Roman Yurievich – Candidate of Technical Sciences, Technical Director 3D GENERATION, Rc.ua@3dgeneration.com

Perun Ivan Viktorovich – Project manager 3D GENERATION UA, ip.ua@3dgeneration.com