

## ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ ПО СФЕРИЧНОМУ ПОКРИТТЮ БУДІВЛІ

Вінницький національний технічний університет

**Анотація:** досліджений рух матеріальної точки по сферичній гладенькій поверхні перекриття будівлі з використанням сферичних координат. Знайдений тиск матеріальної точки на поверхню купола та її швидкість.

**Ключові слова:** сферичне гладеньке перекриття, тиск матеріальної точки, швидкість матеріальної точки.

**Abstract:** research the motion of the material point on a spherical smooth surface of the overlap of the building by using spherical coordinates. The pressure of the material point on the surface of the dome and its speed are found.

**Key words:** spherical smooth overlap, the material point pressure, the speed of the material point.

При використанні в будівлі округлої форми споруда має відмінну аеродинаміку, що дозволяє витримувати сильні пориви вітру і сніжних хуртовин, а, крім того, виключає скупчення дощової води і снігу. У той же час



відсутність стропильних систем, важких дахів і перекриттів забезпечує герметичність і стійкість будинку. Але, мабуть, головна перевага - це енергозбереження: сферична форма будівлі вимагає мінімальних витрат енергії для опалення взимку і охолодження влітку - приблизно в п'ять разів менше, ніж в будинках традиційних конструкцій.

Міцність сфери забезпечена рівномірним розподілом навантаження на всі точки поверхні. Таке перекриття під впливом вертикального навантаження завжди працює на стиск. Вектор прикладеної сили спрямований по дотичній щодо півсфери, яка до того ж має ідеальну аеродинамічну форму. Сукупність цих факторів забезпечує високу сейсмостійкість і здатність протистояти значним сніговим та вітровим навантаженням

Розглянемо сферичне перекриття (рис.1) будівлі радіусом  $R$  по гладенькій поверхні якої рухається матеріальна точка масою  $m$ . Точка  $m$ , що знаходиться на висоті  $h_0$  від основи купола і рухається з швидкістю  $V$  під дією сили ваги  $P$ . Необхідно знайти величину швидкості та тиск на поверхню перекриття, коли точка буде на висоті  $h$  від основи купола.

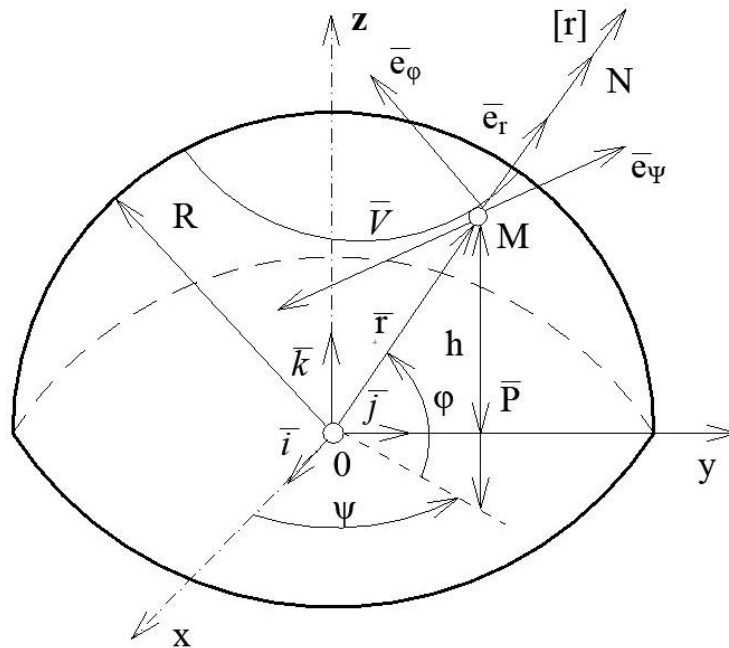


Рис. 1

Для дослідження руху точки по перекриттю будівлі використаємо сферичні координати (рис. 1):  $r$  – довжина радіус-вектора точки  $m$ ;  $\varphi$  – кут який створює радіус-вектор  $r$  з площиною  $XOY$ , що прийнята за площину відліку,  $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ ;  $\psi$  – кут що утворився проекцією радіус-вектора  $r$  на площину  $XOY$  з віссю  $X$ ,  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ .

Запишемо диференціальне рівняння руху точки  $m$  в проекціях на вісь  $r$  (рис. 1).

$$ma_r = N - P \cdot \sin(\varphi)$$

звідки:

$$N = m \cdot \left( a_r + \frac{gh}{R} \right) \quad (1)$$

де  $P = m \cdot g$ ;  $\sin(\varphi) = \frac{h}{R}$

Визначимо проекцію прискорення точки  $m$  на вісь  $r$ :

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt} = R \cdot \frac{d\bar{e}_r}{dt}$$

З (рис.1) маємо що:

$$\bar{e}_r = (\bar{i} \cdot \cos(\varphi) + \bar{j} \cdot \sin(\varphi)) \cdot \cos(\psi) + \bar{k} \cdot \sin(\psi) \quad (2)$$

$$\bar{e}_\varphi = -(\bar{i} \cdot \cos(\varphi) + \bar{j} \cdot \sin(\varphi)) \cdot \sin(\psi) + \bar{k} \cdot \cos(\psi) \quad (3)$$

$$\bar{e}_\psi = -\bar{i} \cdot \sin(\varphi) + \bar{j} \cdot \cos(\varphi) \quad (4)$$

Так як:

$$\frac{d\bar{e}_1}{dt} = -\dot{\psi}(\bar{i} \cdot \cos(\varphi) + \bar{j} \cdot \sin(\varphi)) \cdot \sin(\psi) + \dot{\varphi} \cdot \cos(\psi) \cdot (\bar{j} \cdot \cos(\varphi) - \bar{i} \cdot \sin(\varphi)) + \dot{\psi} \cdot \bar{k} \cdot \cos(\psi)$$

Тоді:

$$\bar{V}_r = R \cdot \dot{\psi} \cdot \bar{e}_\psi + R \cdot \dot{\varphi} \cdot \bar{e}_\varphi \cdot \cos(\psi) \quad (5)$$

$$V_\psi = R \cdot \dot{\psi} \quad (6)$$

$$V_\varphi = R \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\psi) \quad (7)$$

Знайдемо прискорення  $\bar{a}$  точки  $\mathbf{m}$ :

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} = R \cdot \ddot{\psi} \cdot \bar{e}_\psi + R \cdot \dot{\psi} \cdot \frac{d\bar{e}_\psi}{dt} + R \cdot \ddot{\varphi} \cdot \bar{e}_\varphi \cdot \cos(\psi) + R \cdot \dot{\varphi} \cdot \left( \frac{d\bar{e}_\varphi}{dt} \cdot \cos(\psi) - \dot{\psi} \cdot \bar{e}_\psi \cdot \sin(\psi) \right) \quad (8)$$

Рівняння (8) враховуючи (5) та (4) запишеться:

$$\bar{a} = -R \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos(\psi)^2) \cdot \bar{e}_r + R \cdot \ddot{\psi} \cdot \bar{e}_\psi + R \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos(\psi) - 2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin(\psi)) \cdot \bar{e}_\varphi$$

Звідки:

$$a_r = -R(\dot{\psi}^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos(\psi)^2)$$

Або, враховуючи (6) та (7):

$$a_r = -\frac{1}{R} \cdot (v_\psi^2 + v_\varphi^2) = -\frac{V^2}{R} \quad (9)$$

Швидкість точки  $\mathbf{m}$  (рис.1) в момент знаходження її на висоті  $h$  сферичного перекриття визначаємо на підставі теореми про зміну кінетичної енергії матеріальної точки:

$$V = \sqrt{V_0^2 + 2g \cdot (h_0 - h)}$$

Розглядаючи (1), враховуючи (9), з значенням швидкості точки  $\mathbf{V}$ , знаходимо тиск  $\mathbf{N}$  на перекриття:

$$N = \frac{mg}{R} \cdot \left( 3h - 2h_0 - \frac{V_0^2}{g} \right)$$

*Постолатій Маріанна Олександрівна* – студентка групи Б-17, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницького національного технічного університету, Вінниця.

*Войтюк Діана Олександрівна* – студентка групи Б-17, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницького національного технічного університету, Вінниця.

*Дацюк Вячеслав Ігорович* – студент групи БТ-17, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницького національного технічного університету, Вінниця.

Науковий керівник: *Федотов Валерій Олександрович* — кандидат технічних наук, професор кафедри ОПММ, Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця, e-mail: [fedotov\\_va@ukr.net](mailto:fedotov_va@ukr.net).

**Marianna Postolatii** - student of the B-17 group, a faculty of heat and power engineering and gas supply, Vinnitsa National Technical University, Vinnytsia.

**Diana Voitiuk** - student of the B-17 group, faculty of heat and power engineering and gas supply, Vinnitsa National Technical University, Vinnytsia.

**Vyacheslav Datsyuk** - student of the group BT-17, faculty of heat and power engineering and gas supply, Vinnitsa National Technical University, Vinnytsia.

Supervisor: **Valery Fedotov** — Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [fedotov\\_va@ukr.net](mailto:fedotov_va@ukr.net).