

## ВИЗНАЧЕННЯ ДОДАТКОВИХ ДИНАМІЧНИХ РЕАКЦІЙ ДЛЯ ТІЛА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО НЕРУХОМОЇ ОСІ

Вінницький національний технічний університет

### Анотація

Виконано розрахунок однорідного твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі при наявності зміщення центра мас від осі обертання.

**Ключові слова:** динаміка, обертання, східчасте тіло, додаткові динамічні реакції.

### Abstract

The calculation of a homogeneous solid that rotates around a stationary axis in the presence of a displacement of the center of mass from the axis of rotation is performed.

**Keywords:** dynamics, rotation, stepped body, additional dynamic reactions.

### Вступ

Безперервний ріст частоти обертання роторів різноманітних машин і приборів є одною із особливостей сучасного технічного прогресу, так як швидкохідні машини і механізми можуть працювати надійно тільки при умові їх правильного збалансування та правильно розрахованих зусиллях в опорах.

**Метою роботи** є отримання залежностей для розрахунку додаткових динамічних реакцій для східчастого тіла, що обертається навколо нерухомої осі при наявності зміщення центра мас від осі обертання.

### Основна частина

Припустимо, що до східчастого тіла (рис. 1), що обертається з кутовою швидкістю  $\omega_0$ , прикладається обертальний момент  $M$ .

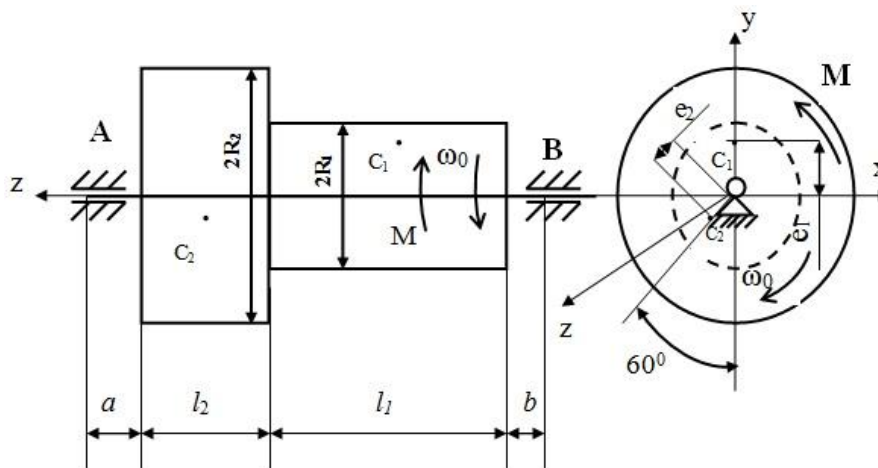


Рис. 1 – Східчастий вал

Переміщенню тіл 1 та 2 перешкоджають в'язі: нерухомі (циліндричні) шарніри А і В. На підставі аксіоми звільнення від в'язей, дію шарнірів А і В на тіла замінюємо реакціями в'язей –  $Y_A, X_A, Y_B, X_B$  (рис. 2).

Реакції  $Y_A, X_A, Y_B, X_B$  запишемо як суму статичних  $Y_A^C, X_A^C, Y_B^C, X_B^C$  та додаткових динамічних реакцій  $Y_A^\Delta, X_A^\Delta, Y_B^\Delta, X_B^\Delta$ .

$$Y_A = Y_A^C + Y_A^\Delta, \quad X_A = X_A^C + X_A^\Delta$$

$$Y_B = Y_B^C + Y_B^A, \quad X_B = X_B^C + X_B^A$$

Статичні реакції в'язей визначаються при умові, що  $\omega = 0$ ,  $\varepsilon = 0$  (рис. 2).

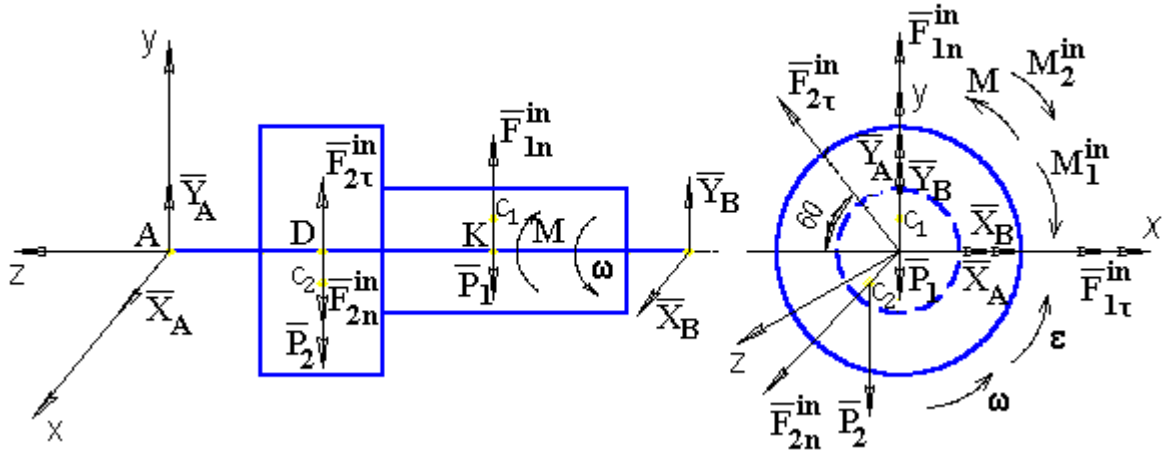


Рис. 2 – Східчастий вал з статичними реакціями в'язей

Розв'язавши певну систему рівнянь з заданою умовою отримали статичні складові реакцій:

$$X_B^C = 0,$$

$$Y_B^C = R_B^C = g \frac{m_2(a + 0.5l_2) + m_1(a + l_2 + 0.5l_1)}{a + b + l_2 + l_1}.$$

$$X_A^C = 0,$$

$$Y_A^C = R_A^C = g(m_1 + m_2) - Y_B^C.$$

Для визначення складових додаткових динамічних реакцій  $Y_A^A$ ,  $X_A^A$ ,  $Y_B^A$ ,  $X_B^A$ , необхідно використати принцип Д'Аламбера:

$$\begin{aligned} \bar{F} + \bar{R} + \bar{F}^{in} &= 0, \\ \bar{M}_A^F + \bar{M}_A^R + M_A^{in} &= 0. \end{aligned}$$

Отримали:

$$\begin{aligned} X_B^A &= \frac{m_2 \cdot e_2 (\varepsilon \cdot \sin 60^\circ - \omega_1^2 \cos 60^\circ) \cdot (a + \frac{l_2}{2}) - m_1 \cdot e_1 \cdot \varepsilon (a + l_2 + 0.5l_1)}{a + b + l_2 + l_1}, \\ Y_B^A &= \frac{m_2 \cdot e_2 (\varepsilon \cdot \sin 60^\circ - \omega_1^2 \cos 60^\circ) \cdot (a + \frac{l_2}{2}) + m_1 \cdot e_1 \cdot \omega_1^2 (a + l_2 + 0.5l_1)}{a + b + l_2 + l_1}, \\ X_A^A &= -X_B^A - \varepsilon \cdot (m_1 \cdot e_1 - m_2 \cdot e_2) \cdot \cos 60^\circ + m_2 \cdot e_2 \cdot \omega^2 \cdot \sin 60^\circ, \\ Y_A^A &= -Y_B^A - m_1 \cdot e_1 \cdot \varepsilon \cdot \sin 60^\circ - \omega^2 (m_1 \cdot e_1 - m_2 \cdot e_2 \cdot \cos 60^\circ). \end{aligned}$$

Визначивши необхідні складові, можемо розрахувати додаткові динамічні реакції циліндричних шарнірів А і В:

$$\begin{aligned} R_A^A &= \sqrt{(X_A^A)^2 + (Y_A^A)^2}, \\ R_B^A &= \sqrt{(X_B^A)^2 + (Y_B^A)^2}. \end{aligned}$$

Для прикладу задамо початкові дані для розрахунку системи : припустимо, що система обертається з кутовою швидкістю  $\omega_0 = 6 \text{ c}^{-1}$ , прикладений обертальний момент  $M = (3 + 7t) \text{ Н} \cdot \text{м}$ , тоді розрахуємо додаткові динамічні реакції при  $t_1 = 2 \text{ с}$ , якщо:  $m_1 = 3 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 5 \text{ кг}$ ;  $e_1 = 0,1 \text{ мм}$ ;  $e_2 = 0,3 \text{ мм}$ ;  $l_1 = 0,25 \text{ м}$ ;  $l_2 = 0,25 \text{ м}$ ;  $a = 0,05 \text{ м}$ ;  $b = 0,15 \text{ м}$ ;  $R_1 = 0,1 \text{ м}$ ;  $R_2 = 0,2 \text{ м}$ .

Статичні реакції в'язей:

$$\begin{aligned} Y_B^C &= R_B^C = 23.63 \text{ Н}, \\ Y_A^C &= R_A^C = 54.85 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Динамічні складові реакції в'язей:

$$\begin{aligned}X_B^{\Delta} &= 6.09 \text{ Н}, \\Y_B^{\Delta} &= 3.95 \text{ Н}, \\X_A^{\Delta} &= 31.0 \text{ Н}, \\Y_A^{\Delta} &= 7.73 \text{ Н}.\end{aligned}$$

Тоді:

$$R_A^{\Delta} = \sqrt{(31.0)^2 + (7.73)^2} = 31.94 \text{ Н},$$

$$R_B^{\Delta} = \sqrt{(6.09)^2 + (3.95)^2} = 7.95 \text{ Н}.$$

Отже, при  $t_1 = 2$  с додаткові динамічні реакції шарнірів складають 58% для шарніра А та 33,6% для шарніра В від статичних реакцій в'язей.

### Висновки

В результаті дослідження східчастого тіла, що обертається навколо нерухомої осі та зі зміщенням центру мас відносно осі обертання, ми отримали формули, які дають можливість визначити додаткові динамічні реакції нерухомих шарнірів, що значно (від 30% до біля 60%) збільшують навантаження на опори.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Теоретична механіка: підручник для студентів вищих навчальних закладів / кол. авторів; за заг. ред. І. В. Кузьо. – Харків: Фоліо, 2017. – 780 с.
2. Федотов В. О. Аналітична динаміка. Навчальний посібник / В.О. Федотов, О. Д. Панкевич // – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 125 с.
3. Приятельчук В. О. Теоретична механіка. Аналітична механіка. Навчальний посібник / В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов // – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 71 с.

**Підгорна Олена Володимирівна** — студентка групи БМ-16б, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [2b16b.pidhorna@gmail.com](mailto:2b16b.pidhorna@gmail.com);

**Абрамович Віта Сергіївна** – студентка групи БМ-16б, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця [2b16b.abramovych@gmail.com](mailto:2b16b.abramovych@gmail.com) .

**Жук Світлана Павлівна** – студентка групи БМ-16б, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця [spzhuk@gmail.com](mailto:spzhuk@gmail.com) .

Науковий керівник: **Федотов Валерій Олександрович** — кандидат технічних наук, професор кафедри ОМПМ, Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця, e-mail: [fedotov\\_va@ukr.net](mailto:fedotov_va@ukr.net).

**Olena Pidhorna** — Department of Building Heating and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: [2b16b.pidhorna@gmail.com](mailto:2b16b.pidhorna@gmail.com).

**Vita Abramovych** — Department of Building Heating and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia [2b16b.abramovych@gmail.com](mailto:2b16b.abramovych@gmail.com).

**Svitlana Zhuk** — Department of Building Heating and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia [spzhuk@gmail.com](mailto:spzhuk@gmail.com) .

Supervisor: **Valery Fedotov** — Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [fedotov\\_va@ukr.net](mailto:fedotov_va@ukr.net).