

МЕТОД КОЛОВОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ З ФОРМУВАННЯМ У КОЖНОМУ ТАКТІ ДВОХКООРДИНАТНИХ ПРИРОСТІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Запропоновано метод колового інтерполювання, особливість якого полягає у формуванні в кожному інтерполяційному такті не однієї, а відразу двох точок траєкторії.

Ключові слова: коло, графічний примітив, крокові прирости, колова інтерполяція.

Abstract

A method of circular intervention is proposed, the peculiarity of which is polarization in the formation of skin-international tactics not unidirectionally, but immediately.

Keywords: circle, graphic reception, step increments, circular interpolation..

Вступ

Формування графічних сцен виконується з використання графічних примітивів. Велику питому вагу при цьому мають кола та їх дуги [1-4]. Особливо поширені зазначені примітиви в конструкторській документації.

До методів і засобів колової інтерполяції висувають жорсткі вимоги як по часу формування, так і точності відтворення. Ці критерії знаходяться в протиріччі, тому на практиці намагаються знайти прийнятний компроміс.

Продуктивність кругових інтерполяторів повинна бути достатньою для підтримки динамічного режиму формування графічних сцен. Точність інтерполяції необхідна для усунення артефактів при формуванні крокової траєкторії та її згладженості.

Оскільки існуючі методи та засоби не відповідають вимогам багатьох галузей використання комп'ютерної графіки, то актуальним є питання її покращення з метою підвищення продуктивності та точності.

Розробка методу колової інтерполяції

Для підвищення швидкодії пропонується новий підхід до реалізації функції колової інтерполяції на основі методу оцінювальної функції, який базуються на стохастичному розподілі координатних приростів залежно від ділянки інтерпольованої траєкторії.

Розглянемо коло з центром у початку координат. Канонічне рівняння кола має вигляд

$$x^2 + y^2 = R^2, \quad (1)$$

де x , y – координати поточної точки; R – радіус кола. Коло симетричне відносно осей координат та бісектрис координатних кутів, тому достатньо дослідити восьму частину траєкторії [1].

Розглянемо другий октант декартової координатної площини у напрямку обходу кола за годинниковою стрілкою. Побудова двох послідовних діагональних кроків при інтерполюванні кола має місце під час проходження траєкторії через заштриховану область (рис. 1), за умови, що точки кола V і W належать відповідно інтервалам $[m, k]$, $[l, n]$.

Внаслідок того, що крива в заштрихованій зоні може проходити під різними кутами нахилу, визначено граничні випадки (рис. 2), за умови, що похибка інтерполювання не перевищує половини кроку дискретизації.

Визначимо умови початку формування двох послідовних діагональних кроків для кожного випадку, зображеного на рис. 2.

Умовою побудови подвійного діагонального кроку для випадку, зображеного на рис. 2 а, буде проходження ідеальної кривої через точки $m(x, y+0,5)$ і $l(x+2, y-1,5)$. Координати цих точок задовольнятимуть рівнянню (1). Таким чином, одержимо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} x^2 + (y + 0,5)^2 &= R^2; \\ (x + 2)^2 + (y - 1,5)^2 &= R^2. \end{aligned} \tag{2}$$

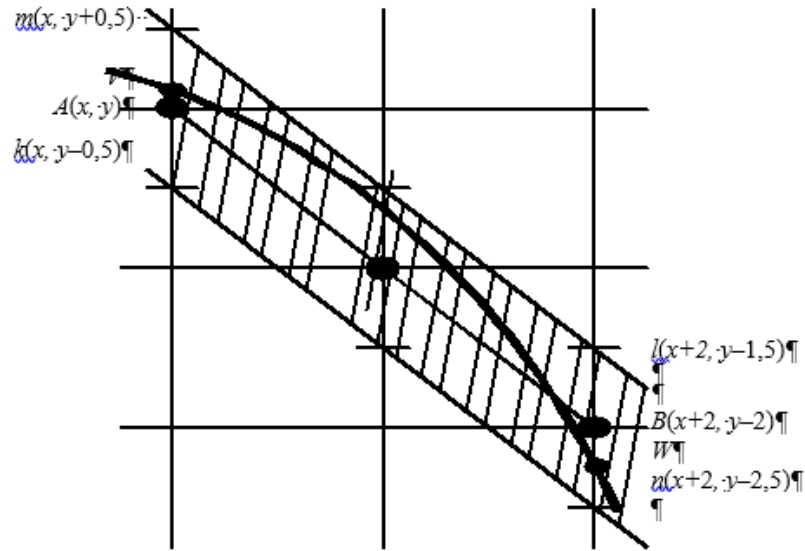


Рисунок. 1 – Зона формування двох послідовних діагональних кроків під час побудови траєкторії кола

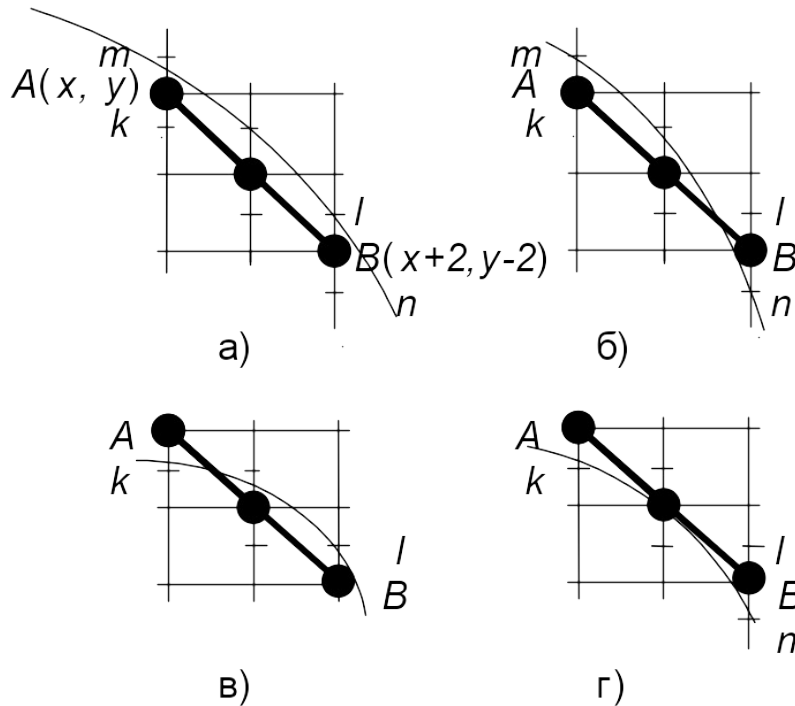


Рисунок. 2 – Граничні варіанти формування двох послідовних діагональних приставів залежно від характеру проходження траєкторії

Розв'язуючи систему рівнянь (2), одержимо значення абсциси точки крокової траєкторії, починаючи з якої можлива поява двох послідовних діагональних кроків

$$x = y - 3/2. \tag{3}$$

Відповідно до рис. 2 аналогічно визначаються умови для решти випадків (табл. 1).

Умови формування двох послідовних діагональних кроків

Рисунок	Вузлові точки	Умова
а)	$m(x, y + 0,5)$, $l(x + 2, y - 1,5)$	$x \geq y - 3/2$
б)	$m(x, y + 0,5)$, $n(x + 2, y - 2,5)$	$x \geq y - 3/2$ $y - 5/2$
в)	$k(x, y - 0,5)$, $l(x + 2, y - 1,5)$	$x \geq y/2 - 3/2$
г)	$k(x, y - 0,5)$, $n(x + 2, y - 1,5)$	$x \geq y - 5/2$

Точка, для якої виконується умова

$$x \geq y/2 - 3/2 \quad (4)$$

є граничною, оскільки розміщена лівіше по відношенню до всіх інших випадків. Ця точка розділить октант на два сектори $S1$ і $S2$ (рис. 3).

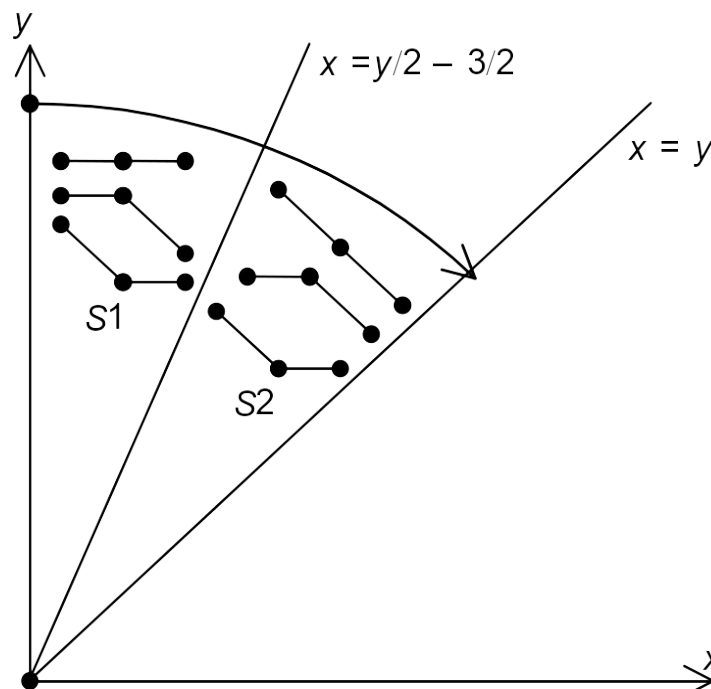


Рисунок 3. – Поділ траєкторії кола на сектори

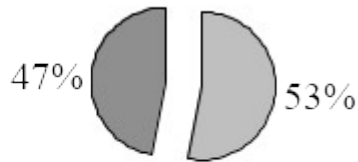
У секторі $S1$ неможлива поява двох послідовних діагональних приростів. Для інтерполяції ділянки траєкторії в секторі $S1$ використовуються такі комбінації крокових приростів: два послідовних горизонтальних кроки (надалі приріст типу 00, 0 – відповідає приросту по координаті x); комбінації горизонтального кроку з діагональним (прирости типу 01 та 10, 1 – відповідає діагональному координатному приросту).

У секторі $S2$ неможлива поява двох послідовних горизонтальних координатних приростів.

Шляхом математичного моделювання процедури інтерполювання кіл радіусами від 1 до 4000 точок (алгоритм інтерполяції забезпечує похибку інтерполювання, яка не перевищує $1/2$ кроку дискретизації) визначено питому вагу подвійних приростів певного виду в загальній кількості.

Для сектора $S1$ характерна наявність більшої кількості подвійних горизонтальних приростів. Їх питома вага в загальній кількості становить 53 % (рис. 4).

У секторі $S2$ переважає поява комбінованих приростів, їх питома вага складає 57 % (рис. 4).



- Питома вага подвійних горизонтальних приростів
- Питома вага комбінованих приростів (прирости типу 01, 10).

Рисунок. 4 – Розподіл подвійних крокових приростів у секторі $S1$



- Питома вага подвійних діагональних приростів
- Питома вага комбінованих приростів

Рисунок. 5 – Розподіл подвійних крокових приростів у секторі $S2$

Проведені дослідження, які стосуються питомої ваги сполучень координатних приростів залежно від зони формування траєкторії, дозволяють визначити вид оцінювальної функції на найімовірніший результат, що в кінцевому підсумку забезпечує суттєве підвищення швидкодії інтерполювання.

Запропонований підхід до формування крокової траєкторії базується на визначенні в кожному інтерполяційному такті відразу двох елементарних координатних приростів.

Проведені дослідження показують, що в кожному секторі можливо формування трьох типів сполучень крокових приростів, що визначає необхідність оперування одночасно з трьома оцінювальними функціями, і, як наслідок, з недвійковими логічними змінними. Вирішення проблеми можливе за рахунок заміни двох сполучень крокових приростів типу 01, 10 одним із них.

Із рис. 6 видно, що при формуванні крокової траєкторії координатними приростами 01 (складові VY , YZ) та 10 (складові VW , WZ) забезпечується гарантоване попадання в точку Z , тобто похибки інтерполювання в кінцевій точці подвійних приростів будуть при цьому однакові.

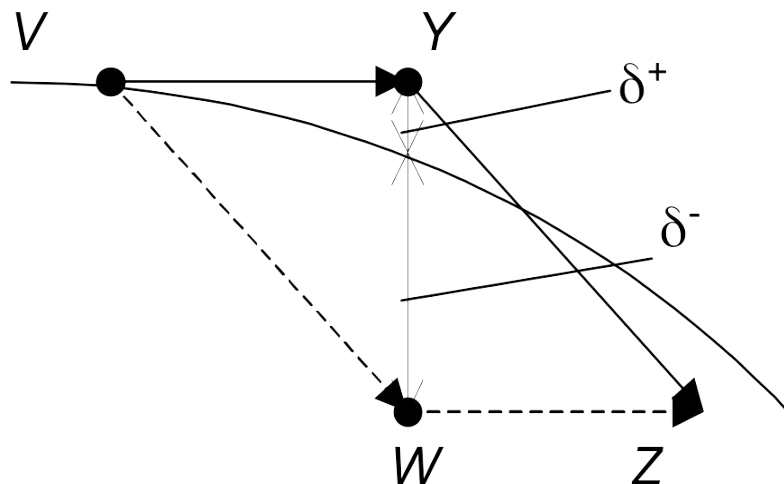


Рисунок. 6 – Похибки колового інтерполювання для приростів типу 01 та 10

Формування замість двох типів сполучень крокових приростів одного із них може призвести до збільшення похибки інтерполювання в середній точці координатного сполучення.

Заміна переміщень VY , YZ (приріст типу 01) на переміщення VW , WZ приведе до переходу від інтерполювання з похибкою δ^+ до інтерполювання з похибкою δ^- . Враховуючи, що відстань від точки Y до точки W дорівнює одній дискреті, можна констатувати, що похибка інтерполювання при цьому не буде перевищувати кроку дискретизації, що є для алгоритмів машинної графіки цілком прийнятним.

Враховуючи, що для сектора $S1$ питома вага приростів типу 00 найбільша і складає 53 %, то прогнозний розрахунок для даної зони виконується саме на цей приріст. З двох приростів 01 та 10 як фіксований доцільно вибрати 01. Це спрощує перехід до сектора $S2$, тому що кінцевий елементарний крок приросту 01 є діагональним, який найчастіше зустрічається у вказаній області.

Формування крокової траєкторії двома типами фіксованих подвійних приростів забезпечує резерв для збільшення швидкості реалізації колового інтерполювання до двох разів.

Досягнути максимальної точності інтерполювання можна за рахунок уточнення – який з двох можливих приростів типу 01 та 10 необхідно формувати в даному такті. Для цього виконується додатковий розрахунок та аналіз значення оцінювальної функції в точці Y . Це призводить до ускладнення обчислювального процесу, але і при цьому резерв збільшення швидкодії порівняно з класичним інкрементним підходом можливий в 1,3 рази. Це обумовлено тим, що в 47 % випадків (рис. 4) має місце збільшення швидкодії в 2 рази, оскільки для приросту типу 00 уточнений розрахунок не потрібний.

Один з можливих підходів до реалізації функції колової інтерполяції полягає в обчисленні двох незалежних оцінювальних функцій – однієї $O\Phi_{i1}$ для непарних, а другої $O\Phi_{i2}$ для парних точок траєкторії. Можливі два альтернативні підходи. За одним з них виконується “координатне зміщення” оцінювальних функцій $O\Phi_{i1}$, $O\Phi_{i2}$, при якому в кожному інтерполяційному такті аналізуються знаки оцінювальних функцій. Враховуючи неможливість формування в секторі $S1$ подвійного приросту 11, знаки функцій $O\Phi_{i1}$ та $O\Phi_{i2}$ однозначно визначають типи подвійних приростів. Якщо $O\Phi_{i1} \geq 0$, $O\Phi_{i2} \geq 0$, то формується приріст 00, якщо $O\Phi_{i1} \geq 0$, $O\Phi_{i2} < 0$ – приріст 01, а якщо $O\Phi_{i1} < 0$, $O\Phi_{i2} < 0$, то приріст 10 (вказане має місце, якщо від’ємне значення оцінювальної функції визначає діагональний крок).

Інший підхід полягає у формуванні двох незалежних оцінювальних функцій, одна з яких визначає парні, а інша – непарні точки траєкторії. Як правило, такі функції розраховуються за однотипними формулами з різними початковими значеннями.

Висновки

Запропонований метод дозволяє до двох разів підвищити продуктивність колового інтерполювання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Романюк О. Н. Комп’ютерна графіка. Навчальний посібник. / О. Н. Романюк —Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця—2001. —129 с.
2. Романюк О. Н. Антиаліазинг границі кола з використанням модифікованої оцінювальної функції / О. Н. Романюк, М. С. Курінний // Вісник Херсонського державного технічного університету. — 2003. — Вип. 3(19). — С. 206— 208.
3. Романюк О. Н. Антиаліазинг границі кола з використанням модифікованої оцінювальної функції / О. Н. Романюк, М. С. Курінний // Вісник Херсонського державного технічного університету. — 2003. — Вип. 3(19). — С. 206— 208.
4. Романюк О.Н., Романюк О.В., Величко М.О. Аналіз методів кругової інтерполяції. The 12 th International scientific and practical conference «IMPACT OF MODERNITY ON SCIENCE AND PRACTICE» (12-13 April, 2020). Edmonton, Canada 2020.