Н. К. Тимофієва[1]
О. Є. Волков[1]

ПРО ПОДІБНІСТЬ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ З ТЕОРІЇ РОЗКЛАДІВ ТА ПРОБЛЕМИ РОЗПОДІЛУ ЗАДАЧ В РОЇ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

[1]Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України

В комбінаторній оптимізації можна навести багато прикладів, коли задачі різних класів розв'язуються за однією і тією ж обчислювальною схемою. Така ситуація пов'язана із властивістю подібності різних задач цього класу. Щоб розробляти універсальні методи та алгоритми для їхнього розв'язання необхідно виявити характерні ознаки цієї подібності. Ця властивість розглянута на прикладі задачі планування з теорії розкладів та проблеми розподілу задач в рої безпілотних літальних апаратів (БПЛА).

Одна із задач планування з теорії розкладів формулюється так. Задано деяку кількість деталей. Кожна з них повинна пройти послідовну обробку на певній машині. Необхідно скласти такий розклад обробки деталей, щоб використаний на ці операції час був би мінімальний за умови, що він не перевищує заданої величини. В цій задачі кожна деталь потребує для свого обробітку одну операцію. Кожна машина також виконує одну операцію.

Одна з проблем розподілу задач в рої БПЛА ґрунтується на механізмі послідовності виконання завдань. Рій складається з великої кількості невеликих безпілотників, які мають обмежені ресурси для виконання завдань і працюють здебільшого автономно у режимі реального часу. Встановлюючи послідовність завдань, кожен БПЛА чітко розділяє необхідний час виконання завдання та час очікування синхронізації. Для знайдених нових цілей кожен БПЛА швидко визначає свій доступний період часу.

В обох задачах задано певну кількість машин (або безпілотників), які виконують задану операцію (обробку деталей або завдання, яке передається з попереднього БПЛА). Ці операції виконуються послідовно. Час, затрачений на виконання певного завдання в обох задачах, постійний. Змінюється лише час простою. Проблема оптимізації в обох наведених задачах зводиться до мінімізації часу простою (або синхронізації). Обидві задачі відносяться до теорії розкладів. Оскільки в них має місце перебір варіантів їх змодельовано в рамках теорії комбінаторної оптимізації. Аргументом цільової функції в них є така комбінаторна конфігурація, як розміщення без повторень. Тобто, вони подібні також і за аргументом цільової функції. За цією ознакою описані задачі розв'язують одними і тими ж підходами: алгоритмом з використанням структурно-алфавітного пошуку та динамічним програмуванням.

Ключові слова: теорія розкладів, безпілотні літальні апарати, комбінаторна оптимізація, комбінаторні конфігурації, метод структурно-алфавітного пошуку.

Вступ

Описано властивість подібності деяких задач з теорії розкладів, виявлено ознаки, за якими вона встановлюється. Показано, що універсальність методів та алгоритмів, які використовують для розв'язання задач цього класу, випливає з цієї властивості. На прикладі задачі планування з теорії розкладів та проблеми розподілу задач в рої безпілотних літальних апаратів показано, що вони подібні за деякими ознаками, зокрема за аргументом цільової функції. За цією ознакою оговорені задачі розв'язують одними і тими ж підходами, а саме алгоритмом з використанням структурно-алфавітного пошуку та динамічним програмуванням.

Задача планування з теорії розкладів та проблема розподілу задач в рої безпілотних літальних апаратів.

Наведемо такі задачі.

Задача 1. Задано n деталей. Їхню множину позначимо $A = \{a_1, ..., a_n\}$. Кожна із деталей a_l повинна пройти послідовну обробку на $\tilde{n}$ машинах $B = \{b_1, ..., b_{\tilde{n}}\}$. Необхідно скласти такий розклад обробки деталей, щоб використаний на ці операції час був би мінімальний за умови, що він не перевищує заданої величини T. Кожна деталь в ній потребує для свого обробітку одну операцію. Кожна машина також виконує одну операцію. В цій задачі мінімізується час простою машин. Це – найпростіша задача з теорії розкладів, яка відноситься до конвейєрного типу [1].

Задача 2. Розподіл задач в рої БПЛА полягає в тому, що рій складається з великої кількості невеликих безпілотників, які мають обмежені ресурси для виконання завдань і працюють здебільшого автономно. Одна з проблем розподілу задач в рої БПЛА ґрунтується на механізмі послідовності виконання завдань [2]. Спільне завдання та розподіл ресурсів групи БПЛА полягає в тому, щоб у режимі реального часу призначати БПЛА цілі згідно з їх розташуванням та значеннями. У динамічному середовищі рішення постановки задач потребують перегляду відповідно до зміни ситуації. Синхронний час очікування кожним БПЛА інших членів оперативного загону називається періодом простою завдання. Таким чином, час польоту кожного БПЛА розкладемо на необхідний час виконання завдання та час очікування синхронізації. Як і в попередній задачі, використаний на ці операції час має бути мінімальний за умови, що він не перевищує заданої величини T . Оскільки необхідний час виконання завдань постійний для кожного БПЛА, то необхідно мінімізувати час синхронізації.

В подальшому БПЛА і машину, на якій обробляється деталь, назвемо машиною. Виявимо ознаки подібності в цих задачах. В обох з них задано машини, які виконують певну задачу, яка передається з попередньої. Ці операції виконуються послідовно. Час,затрачений на виконання певного завдання в обох задачах постійний, змінюється лише час простою (або час синхронізації). Проблема оптимізації в обох наведених задачах зводиться до мінімізації часу простою (або час синхронізації). Обидві задачі відносяться до теорії розкладів.

Оскільки в цих задачах має місце перебір варіантів, змоделюємо їх в рамках теорії комбінаторної оптимізації [3].

Отже, задано n машин. Їхню множину позначимо $B=\{b_1,...,b_{\tilde{n}}\}$. Кожна із машин b_l послідовно отримує завдання із $\tilde{n}$ заданих, які позначимо $A=\{a_1,...,a_n\}$. Необхідно скласти такий розклад виконання завдання , щоб використаний на ці операції час був би мінімальний за умови, що він не перевищує заданої величини T . В цій задачі кожна машина потребує для виконання завдання одну операцію.

В цих задачах задано дві множини A і B , між елементами яких існує певна залежність, числові значення якої назвемо вагами. Подамо їх несиметричною матрицею C розмірністю $\tilde{n}\times n$, де величина c_{sl} відповідає значенню часу, який необхідно затратити на виконання l -го завдання s -ю машиною. Час виконання всіх n завдань множини A за будь-якого розкладу, що не перевищує заданого значення T , невідомий, тому на перщому кроці для вибірки із n елементів $a_l\in A$ по n знаходимо перестановку, для якої цільова функція набуває найменшого значення і не перевищує величини T . В іншому разі розв'язок задачі проводимо для вибірки із n елементів $a_l\in A$ по η . Аргументом цільової функції в оговореній задачі є розміщення без повторень, яке утворюється знахожденням сполучення з n елементів по η , для якого генеруються $\eta!$ перестановок, $\eta\in\{1,...,n\}$.

Уведемо комбінаторну матрицю $Q(\mu^i)$ розмірністю $\tilde{n}\times\eta$, в яку входять стовпці матриці C , номера яких збігаються з номерами елементів множини A . Вона залежить від сполучення без повторень $\mu^i\in\mathrm{M}$, $i\in\{1,...,2^n-1\}$, M – множина сполучень, $g_{sl}(\mu^{i*})$ – елементи матриці $Q(\mu^i)$, $l\in\{1,...,\eta\}$, $s\in\{1,...,\tilde{n}\}$. Із зафіксованої матриці $Q(\mu^{i*})$ створимо $\eta!$ комбінаторних матриць $Q^{'}(\mu^{i*},\omega^k)$, яка змінюється від перестановки $\omega^k=(\omega_1^k,...,\omega_\eta^k)\in\Omega$, $k\in\{1,...,\eta!\}$, $\eta\in\{1,...,n\}$, Ω – їхня множина. Запишемо такі вирази

$$F_1(\mu^{i*},\omega^k)=\sum_{l=1}^{\eta}\sum_{s=1}^{\tilde{n}}g_{sl}(\mu^{i*}), \qquad (1)$$

$$F_2(\mu^{i*},\omega^k)=\sum_{l=1}^{\eta-1}\sum_{s=2}^{\tilde{n}}\left|g^{'}_{sl}(\mu^{i*},\omega^k)-g^{'}_{s-1\,l+1}(\mu^{i*},\omega^k)\right|, \qquad (2)$$

$$F(\mu^{i*},\omega^k)=F_1(\mu^{i*},\omega^k)+F_2(\mu^{i*},\omega^k)\,, \qquad (3)$$

де $\sum_{l=1}^{\eta}\sum_{s=1}^{\tilde n} g_{sl}(\mu^{i*})$ – постійна для будь-якої перестановки із $\eta!$. Вона визначає час, затрачений на виконання завдання за умовою. Це значення не залежить від перестановки, а змінюється в залежності від варіанту сполучення μ^i; $\sum_{l=1}^{\eta-1}\sum_{s=2}^{\tilde n}\left|g'_{sl}(\mu^{i*},\omega^k)-g'_{s-1\,l+1}(\mu^{i*},\omega^k)\right|$ – сумарний час простою або синхронізації. Ця величина – змінна і залежить як від варіанту сполучення μ^i так і від перестановки $\omega^k=(\omega_1^k,...,\omega_\eta^k)$. Вираз (3) визначає сумарне значення цільової функції.

Таким чином розподілення задач в рої безпілотних літальних апаратів (або машин) полягає у знаходженні таких μ^{i*} і ω^{k*}, для яких значення $F\,(\mu^{i*},\omega^{k*})$ було б мінімальним і $F(\mu^{i*},\omega^{k*})\le T$

Розв'язання задачі планування з теорії розкладів та проблеми розподілу задач в рої БПЛА методом структурно-алфавітного пошуку

Знаходження оптимального розв'язку в задачах комбінаторної оптимізації методом структурно-алфавітного пошуку проводиться за функціями натурального аргументу, упорядкованими за зростанням або спаданням їхніх значень [3]. За розробленими правилами знаходиться послідовність локальних максимумів або мінімумів таких, що змодельована цільова функція набуває глобального екстремуму.

Знаходження глобальних найбільшого або найменшого значень методом структурно-алфавітного пошуку проводиться для задач, аргументом цільової функції в яких є перестановка, а також на підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій.. В задачах 1 та 2 цим методом знаходимо розв'язок на підмножині ізоморфних розміщень, які утворюються шляхом знахождення сполучення із n елементів по η, для якого генеруються $\eta!$ перестановок.

Для знаходження оптимального розв'язку на множині сполучень, який задовольняє заданому обмеженню, обчислюємо сумарне значення часу, затраченого на виконання певного завдання на відповідній машині.

Послідовність знайдених величин подамо функцією натурального аргументу $\varphi(j)\,|_1^n=(\varphi(1),...,\varphi(n))$, де $\varphi(j)=\sum_{s=1}^{\tilde n} g_{sl}(\mu^i)$, $l\in\{1,...,n)$. Для визначення елементу, який вибирається із базової множини A уведемо комбінаторну функцію, елементи якої набувають значень (0, 1) і яка залежить від функції натурального аргументу і від розміщення без повторень, Вважаємо, що задачі 1, 2, які задано функціями $\varphi(j)\,|_1^n$ і уведеною комбінаторною функцією – базові. Цільова функція для базової задачі є сумарний добуток значень функції натурального аргументу і комбінаторної функції.

Із функції натурального аргументу і комбінаторної функції утворимо нові функції, які упорядкуємо по зростанню і по спаданню їхніх значень. Назвемо цю задачу впорядкованою. Якщо знайти сумарний добуток значень впорядкованих комбінаторної функції і функції натурального аргументу в порядку їхнього зростання, то отримаємо глобальний максимум. Якщо одна із цих функцій впорядкована по зростанню значень, а інша – по спаданню, то сумарний добуток їхніх значень є глобальний мінімум. Використовуючи цю властивість і деякі властивості матриць, якими задано вхідні дані, за заданими впорядкованими функцією натурального аргументу і комбінаторною функцією знаходимо для базової задачі наближений до глобального, а для деяких задач і глобальний розв'язок.

На підмножині ізоморфних сполучень без повторень значення цільової функції для довільного $\mu^i\in M_\eta$ лежить в межах: $\max_{\mu^{**}\in M_\eta} F(\mu^{**})\ge F(\mu^i)\ge \min_{\mu^{*}\in M_\eta} F(\mu^{*})$, $\mu^*\in M_\eta$, $\mu^{**}\in M_\eta$ – сполучення без повторень для впорядкованої задачі (для глобальних максимального і мінімального значень), $\mu^i \in M_\eta$ – сполучення без повторень для базової задачі. В процесі розв'язання задачі з використанням властивостей матриць знаходимо підмножину ізоморфних сполучень без повторень, яка є множиною розміщення без повторень і яка містить сполучення μ^{i*}, для якого $\min\limits_{\mu^{i*} \in M_\eta} F(\mu^*) \le F(\mu^{i*}) \le T$.

Знаходження екстремального розв'язку в задачах 1, 2 методом структурно-алфавітного пошуку проводиться на підмножині $\eta!$ перестановок при фіксованому μ^{i*} за описаною в [3] схемою. Для множини перестановок функція цілі (1) для довільної перестановки – постійна. На цій множині змінюється лише функція (2). Матриця $Q'(\mu^{i*},\omega^1)$ розмірністю $\eta \times \tilde{n}$ містить стовпці матриці C, сумарне значення елементів яких для μ^* – мінімальне. Для знаходження підмножини, що містить розв'язок, який задовольняє заданому обмеженню, вхідні дані змоделюємо функціями натурального аргументу. Елементи матриці $Q'(\mu^{i*},\omega^1)$ задамо комбінаторною функцією, аргументом якої є перестановка. Сполучення без повторень μ^{i*} в цьому разі фіксоване, а задача є базовою.

Функцію натурального аргументу і комбінаторну функцію, якими задано базову задачу впорядкуємо за описаними вище правилами і отримуємо впорядковану задачу. Для неї знаходимо глобальні мінімум і максимум. Для глобального мінімуму впорядкованої задачі визначаємо перестановку. Якщо ця перестановка справедлива і для базової задачі, вважаємо, що глобальні розв'язки (перестановки) для обох задач збігаються. В іншому випадку, використовуючи властивості матриць, якими задано вхідні дані. шукаємо наступну перестановку, яка може бути глобальним розв'язком базової задачі.

За описаними в [4]. правилами за функціями натурального аргументу, упорядкованими за зростанням або спаданням їхніх значень визначаємо послідовність локальних оптимумів, серед яких може бути і глобальний.

Розв'язання задач 1 та 2 динамічним програмуванням.

Для розв'язання задач 1, 2 динамічним програмуванням деякі автори зводять її до задачі комівояжера, яку розв'язують цим методом. Але цільова функція в задачах 1 і 2 залежить від розміщення без повторень, яке є комбінацією сполучення без повторень і перестановки, а їхня множина складається з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій. Використовуючи цю властивість, доведено, що для цієї задачі характерні ознаки, завдяки яким вона досить просто розв'язується динамічним програмуванням. Процес її розв'язання описується орієнтованим ациклічним графом. Часткові значення цільової функції обчислюються за рекурентними правилами. При їхньому пошуку виконується принцип Беллмана.

Як відомо [3], множина розміщень без повторень упорядковується підмножинами ізоморфних комбінаторних конфігурацій. Ураховуючи цю властивість, оптимальний результат знаходимо на окремих підмножинах, починаючи із сполучень, кількість елементів у яких дорівнює одиниця. За частковими цільовими функціями для кожного такого елемента знаходимо частковий розв'язок. Переходимо на підмножину, кожне сполучення в якій містить два елементи, потім переходимо на три елементи. Для них також обчислюємо часткове значення цільової функції. З них вибираємо ту послідовність елементів, для яких сумарне значення функції цілі – найменше. На кожному кроці задача оптимізації зводиться до невеликої розмірності. Згідно з принципом Беллмана наступні оптимальні розв'язки не залежать від попередніх. За розв'язок задачі приймаємо послідовність (сполучення без повторень) для якої часткове значення цільової функції – найменше.

Висновки

Отже, задача планування з теорії розкладів та проблема розподілу задач в рої безпілотних літальних апаратів подібні за деякими спільними ознаками. Обидві відносяться до динамічних задач, аргументом цільової функції в них є розміщення без повторення, для неї виконується принцип

Беллмана. Тобто, процес розв'язання цих задач задається орієнтованим ациклічним графом, а часткові значення цільової функції змінюються в часі і обчислюються за рекурентними правилами. За цими ознаками вони розв'язуються одними і тими ж підходами, а саме: алгоритмом з використанням структурно-алфавітного пошуку або динамічним програмуванням.

.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Н. К. Тимофієва, В.І. Гриценко. Розв'язання задачі планування з теорії розкладу методом структурно-алфавітного пошуку та гібридним алгоритмом. УСиМ. 2011. № 3. С.21 – 36.
[2] Xiaowei fu, Peng feng, Xiaoguang Gao. Swarm. "UAVs Task and Resource Dynamic Assignment Algorithm Based on Task Sequence Mechanism", in *Digital Object Identifier* 10.1109.ACCESS.2019. p. 41090–41100.
[3] Н.К. Тимофієва Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. – Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. Рукопис. – ІК ім. В.М. Глушкова НАН України, К. 2007. 374 с.
[4] Н.К. Тимофієва. Метод структурно-алфавітного пошуку та підкласи розв'язних задач із класу задачі комівояжера. УСиМ. 2008. № 4. С. 20–36.

Тимофієва Надія Костянтинівна — д-р техн. наук, завідувач відділом комплексних досліджень інформаційних технологій, Tynad@gmail.com.ua;
Волков Олександр Євгенович — канд. техн. наук, директор Міжнародного науково-навчальнго центру інформаційних технологій та систем НАН та МОН України. ALEXVOLK@UKR.NET
Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України. Київ

N. K. Tymofijeva[1]
O. Y. Volkov[1]

On the similarity of the planning problem from schedule theory and problems of task distribution in a swarm of unmanned aircraft

[1] International Scientific and Training Center for Information Technologies and Systems of National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine

In combinatorial optimization, many examples can be given when problems of different classes are solved according to the same computational scheme. This situation is connected with the property of similarity of different problems of this class. In order to develop universal methods and algorithms for their solution, it is necessary to identify the characteristic features of this similarity This property is considered on the example of a planning problem from the theory of schedules and the problem of task allocation in a swarm of unmanned aerial vehicles (UAVs).
The scheduling problem is formulated as follows. Some details are given. Each of them must undergo sequential processing on a specific machine. It is necessary to draw up such a schedule for the processing of parts that the time used for these operations would be minimal, provided that it does not exceed the given value. In this problem, each part requires one operation for its processing. Each machine also performs one operation.
One of the problems of distributing tasks in a swarm of UAVs is based on the mechanism of the sequence of tasks. A swarm consists of a large number of small drones that have limited resources to perform tasks and operate mostly autonomously in real time. By setting the sequence of tasks, each UAV clearly separates the required task execution time and synchronization waiting time. For new targets found, each UAV quickly determines its available time period.
In both tasks, a certain number of machines (or drones) are set, which perform a given operation (processing of parts or a task that is transferred from a previous UAV). These operations are performed sequentially. The time spent on a certain task in both tasks is constant. Only the idle time changes. The optimization problem in both of these problems is reduced to the minimization of idle time (or synchronization). Both problems relate to the theory of schedules. Since they involve a selection of options, they are modeled within the framework of combinatorial optimization theory. The argument of the objective function in them is such a combinatorial configuration as placement without repetitions. That is, they are also similar by the argument of the objective function. Based on this feature, the described problems are solved using the same approaches: an algorithm using a structural-alphabetic search and dynamic programming.

Keywords: schedule theory, unmanned aerial vehicles, combinatorial optimization, combinatorial configurations, structural-alphabetic search method.

Tymofijeva Nadija Kostjantynivna — head of the department of complex research of information technologies, e-mail: Tynad@gmail.com.ua;
Volkov Oleksandr Yevhenovych — director of the International Scientific and Training Center for Information Technologies and Systems of National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine, ALEXVOLK@UKR.NET