

СПЛАЙН-ІНТЕРПОЛЯЦІЯ В АНАЛІЗІ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

¹Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця

Анотація: Розглянуто підхід до використання методів сплайн-інтерполяції в процесі аналізу обсягів реалізованої продукції в Україні за 2010 – 2021 рр. В середовищі GNU Octave здійснено інтерполяцію та побудовано графіки кубічних сплайнів. За значеннями інтерполяції визначені періоди, які відповідають певній тенденції розвитку, та періоди, де відбулися зміни, що стає орієнтиром до пошуку факторів впливу на ці зміни.

Ключові слова: аналіз діяльності; інтерполяція, кубічні сплайни, GNU Octave

Abstract: The approach to the use of spline interpolation methods in the process of analyzing the volumes of products sold in Ukraine for 2010-2021 considered. In the GNU Octave environment, interpolation performed and cubic spline graphs were constructed. Interpolation values determine the periods that correspond to a certain development trend and the periods where changes took place, which becomes a guideline for finding factors influencing these changes.

Keywords: activity analysis; interpolation, cubic splines, GNU Octave.

Результативність економічної діяльності будь-якої країни значною мірою залежить від якості реалізації основних функцій управління. Однією з функцій управління є функція контролю за виконанням тактичних та стратегічних завдань. Основою контролю є аналіз результатів та своєчасне розпізнавання відхилень від запланованої траєкторії розвитку діяльності, що потребує більш ретельного вивчення технології економіко-математичних методів і моделей та особливостей їх застосування у економічному аналізі й удосконалення навиків використання сучасних програмних засобів оброблення кількісної інформації.

Проблема економіко-математичного моделювання в економіці розглядається у багатьох наукових роботах з різних точок зору. Найбільш поширеними моделями сьогодні є моделі, побудовані на основі регресійного аналізу, які передбачають наявність вихідної статистичної інформації достатньо великого обсягу. У більшості досліджень відбувається стискання значних масивів даних та побудова аналітичного виразу з невеликою кількістю параметрів. В роботі [1, с.32] зазначено, що для цього «застосовують засоби аналітичної обробки даних на основі методів і алгоритмів апроксимації (наближення) функцій, таких як апроксимація поліномами, раціональними дробами, експонентами, сплайнами, сплесками (вейвелет-функціями), фрактальними методами та ін.». Слід зазначити, що наближення (апроксимація, інтерполяція) сплайном взагалі вважають кращим, ніж наближення поліномом. Інтерполяція табличних функцій за допомогою сплайнів, на відміну від поліноміальної інтерполяції, не дає зростання ступеня інтерполяційного полінома зі збільшенням кількості вузлів сітки. Сплайн-інтерполяція є кусково-поліноміальною інтерполяцією, яка в багатьох випадках виявляється більш ефективною, ніж спроби підібрати один інтерполяційний поліном для конкретного відрізка, на якому подано вихідні табличні дані. Під сплайном розуміють сукупність пов'язаних інтерполяційних поліномів, які описують кусково-гладку криву, що проходить через вузлові точки, причому в місцях сполучення перша та друга похідна безперервні [2]. Автори [1] продемонстрували програмну реалізацію деяких з методів інтерполяції за допомогою мови програмування Python, здійснили порівняльний аналіз результатів роботи алгоритмів на типовому прикладі та визначили, що у випадку, коли вихідна інформація подана невеликою кількістю точок-вузлів ($n < 6$), метод інтерполяції кубічними сплайнами виявляється точнішим. Крім того, ними встановлено, що наближення функції інтерполяційним кубічним сплайном має найменшу асимптотичну складність, що, безперечно, є привабливим з точки зору адаптації його до вирішення реальних економічних завдань. В роботах [3 – 5] зазначено, що кубічні сплайни – сплайни, склеєні з поліномів третього степеню, мають широке застосування і починають використовуватися в багатьох прикладних задачах, пов'язаних з наближенням функцій. З урахуванням існуючих відомостей та доведених переваг пропонується підхід до посилення аналітичного інструментарію управлінського аналізу в економіці за рахунок використання інтерполяції кубічними сплайнами.

Під час аналізу певних результатів економічної діяльності здійснюється збір інформації за попередні місяці, або квартали, або роки (доцільно аналізувати не дуже тривалий період часу, а попередні дані, які відображають стійку тенденцію певного економічного процесу чи явища), тобто кількість вихідних даних можна встановити на рівні року (обираючи шість парних або непарних місяців, або якимось іншим чином), або трьох років (де слід вибрати шість кварталів), або дванадцяти років, з яких експериментальними буде обрано шість років.

В даній роботі продемонстровано інтерполяцію кубічними сплайнами табличної функції обсягів реалізованої продукції, де застосовано статистичні дані Державної служби статистики України [6] за період 2010 – 2021 рр.

Кубічний сплайн має вигляд $g(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$, де коефіцієнти a, b, c, d знаходять за таких умов: значення сплайну мають дорівнювати значенню вихідної функції у вузлах $y(x_i) = g(x_i)$; сплайн та його перша й друга похідні мають бути неперервними у вузлових точках. Алгоритм розрахунку коефіцієнтів інтерполяційного сплайну та їх використання є достатньо громіздким і складається з таких етапів: формування вихідної інформації (визначення вузлів та значень функції у вузлах); побудова системи рівнянь, яка враховує умови стосовно похідних; розв'язання побудованої системи рівнянь – визначення коефіцієнтів сплайну; обчислення значень сплайну у проміжних точках. Якщо скористатися певним програмним забезпеченням, то процедура інтерполяції значно спрощується. Серед значної кількості програмних засобів, які можна використати у ході сплайн-інтерполяції, пропонується середовище GNU Octave, завдяки тому, що це середовище є потужною альтернативою ліцензійної програми математичних розрахунків Matlab, має зручний інтерфейс та різноманітні вбудовані функції.

GNU Octave містить спеціальну функцію сплайн-інтерполяції $interp1(x, y, xi, method)$, де x – масив експериментальних вузлів, y – масив значень функції і сплайну, xi – точки, в яких необхідно обчислити значення функції за допомогою сплайну, $method$ – метод побудови сплайну ('linear' – лінійна інтерполяція, 'spline' – кубічний сплайн).

В середовищі GNU Octave у ході аналізу обсягів реалізованої продукції реалізована інтерполяція кубічними сплайнами функції $y(x)$, де x – роки – вузли сплайну, y – величини обсягів реалізованої продукції (млн. грн) – значення вихідної функції та кубічного сплайну у вузлах. Інтерполяцію сплайнами проведено у двох варіантах – вузли встановлені у парних та непарних роках. На рис. 1 наведено динаміку змін обсягів реалізованої продукції в Україні за 2010 – 2021 рр. за даними Державної служби статистики України [6], яку можна вважати експериментальною вихідною інформацією, та графіки кубічних сплайнів, значення яких обчислені в GNU Octave за допомогою функції $interp1$.

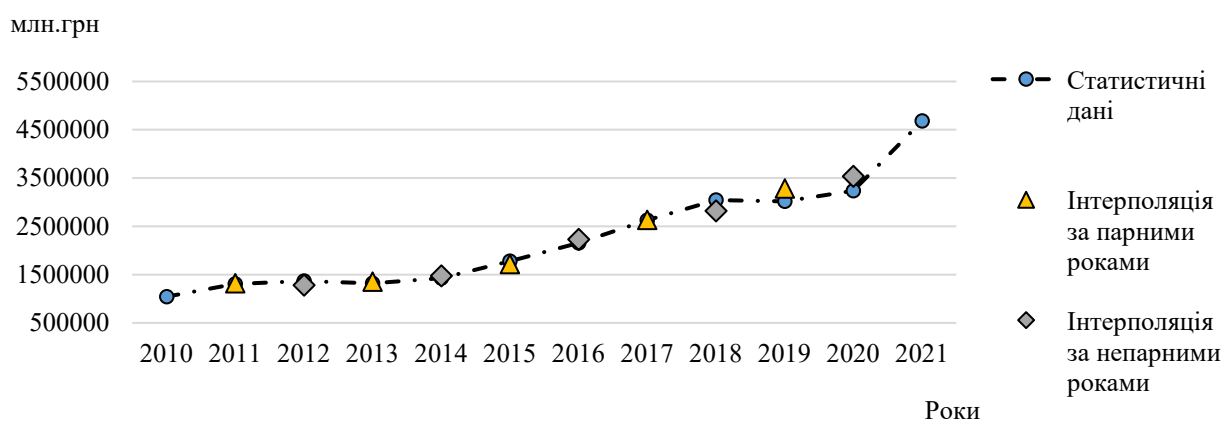


Рис. 1. Інтерполяція кубічними сплайнами динаміки змін обсягів реалізованої продукції в Україні за 2010 – 2021 рр.

Значення обсягів реалізованої продукції, які обчислені за допомогою інтерполяційних кубічних сплайнів, можна вважати очікуваними у разі збереження тенденції розвитку за певний період часу. За графіками рис. 1 видно, що значення інтерполяційних кубічних сплайнів у вузлових точках майже

збігаються з вихідними даними протягом 2011 – 2018 рр., а у 2019 – 2020 рр. спостерігаються відхилення від заданої траєкторії. Встановлення такого періоду стає орієнтиром до подальшого пошуку факторів, які вплинули на ці зміни.

Графіки на рис. 1 відображають високу точність інтерполяції, яку доведено обчисленням середніх помилок інтерполяції за двома варіантами (табл. 1): інтерполяція по вузлах у парних роках має середню помилку $0,155/5=0,031=3\%$, у непарних – $0,295/5=0,059=6\%$, що є припустимим та вказує на якість і адекватність інтерполяції.

Таблиця 1

Інтерполяція кубічними сплайнами

Вихідні значення у непарних роках	Інтерполяція за вузлами у парних роках	Відносне відхилення	Вихідні значення у парних роках	Інтерполяція за вузлами у непарних роках	Відносне відхилення
2011 - 1305308	1319400	0,011	2012 - 1367926	1280800	0,064
2013 - 1322408	1350500	0,021	2014 - 1428839	1473300	0,031
2015 - 1776603	1719500	0,032	2016 - 2158030	2227100	0,032
2017 - 2625862	2635500	0,004	2018 - 3045202	2818200	0,075
2019 - 3019383	3280900	0,087	2020 - 3236369	3537000	0,093
Разом		0,155	Разом		0,295

Отже, метод інтерполяції кубічними сплайнами позбавлений більшості недоліків інших математичних методів наближення та є зручним для використання під час аналізу результатів економічної діяльності. Використання інтерполяційного сплайн-моделювання може бути реалізовано у ході оцінки та контролю будь-яких змін конкретних економічних показників у динаміці процесу їх формування, що доводить перспективність застосування інтерполяції сплайнами у ході посилення аналітичного обґрунтування певних управлінських рішень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Гарт Л.Л., Каманцев А.С. Асимптотичний аналіз складності деяких алгоритмів наближення функції // Питання прикладної математики і математичного моделювання : зб. наук. пр. Дніпро, 2020. Вип. 20. С. 31 – 44. DOI: 10.15421/322003
2. Бісікало О., Кветний Р., Кудрик О., Олексій Ю. Застосування інтерполяції кубічними сплайнами в інтелектуальній інформаційній системі прогнозування фазової стабільності твердих розчинів. *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*. 54(2), 2022, С. 94–102. DOI: 10.31649/1999-9941-2022-54-2-94-102.
3. Обчислювальна математика. Інтерполяція та апроксимація табличних даних : навч. посіб. / Крилик Л. В., Богач І. В., Прокопова М. О. Вінниця : ВНТУ, 2013. 111 с.
4. Сплайни в цифровій обробці даних і сигналів: монографія / І. В. Шелевицький, М. О. Шутко, В. М. Шутко, О. О. Колганова. Київ : НАУ, 2008. 232 с.
5. Сплайн-функції та їх застосування : навч. посіб. / Б. П. Довгий, А. В. Ловейкін, Є. С. Вакал, Ю. Є. Вакал. Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2016. 117 с.
6. Державна служба статистики України. URL: <https://www.ukrstat.gov.ua/>

Норік Лариса Олексіївна, кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, Харків, e-mail: larisa.norik@gmail.com

Norik Larisa O., PhD in economics, associate professor, department of higher mathematics and economic-mathematical methods, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Kharkiv, e-mail: larisa.norik@gmail.com